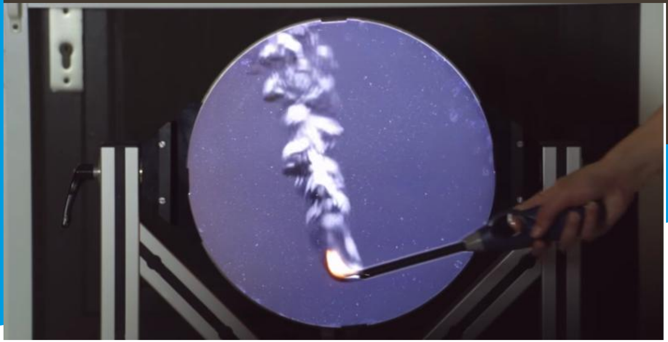
Mécanique des fluides : concepts, expériences et enjeux

Ulysse DELABRE

LOMA, Univ. Bordeaux

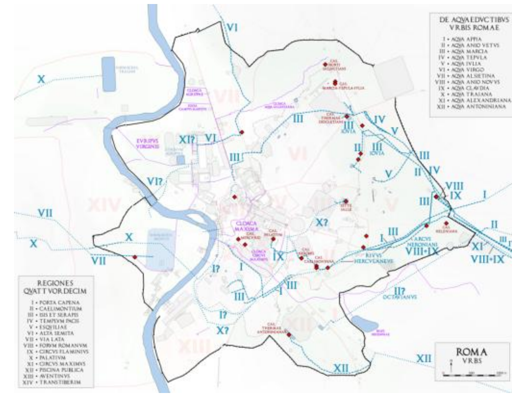


Laboratoire Ondes et Matière d'Aquitaine

université de BORDEAUX

Panorama et historique

- Etude des fluides est une science qui remonte à l’Antiquité (bateaux, digues, aqueducs)



- Archimède (IIIème av JC)
- Pascal (XVIIème siècle)
  Notion de pression, statique des fluides

Par Cassius Ahenobarbus — Travail personnel, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=65207788

- Formalisation mathématique
  XVIIIème Euler et Bernoulli (fluides en mouvement)

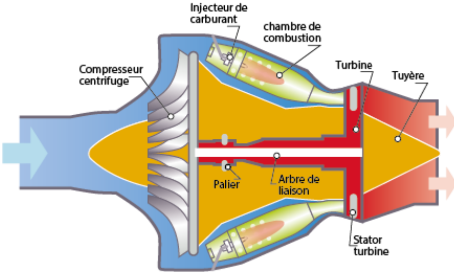
Mécanique des fluides, une vieille science ?

Quelques grands noms

Une discipline très large

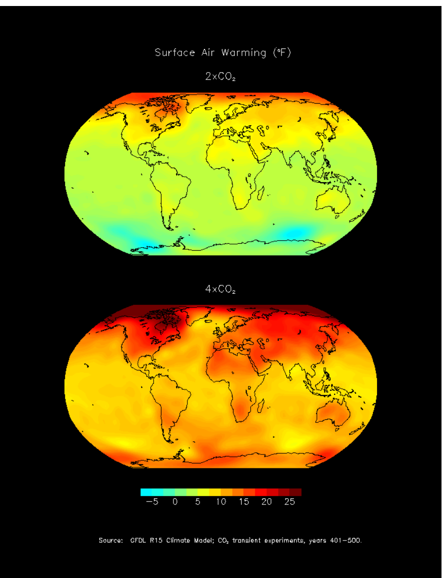
- Climat & météo
- Transport : véhicule, aéronautique, bateau
- Environnement
- Physiologie, médecine
- Sport
- Etc…

Une discipline très large

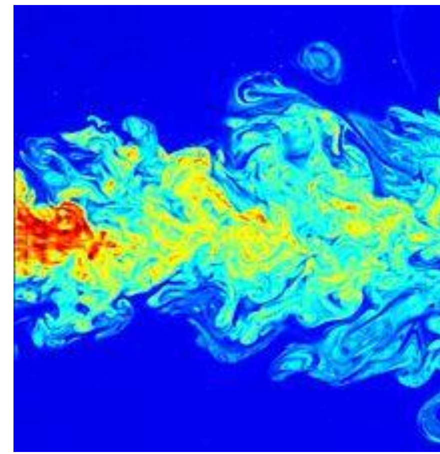


Turbine

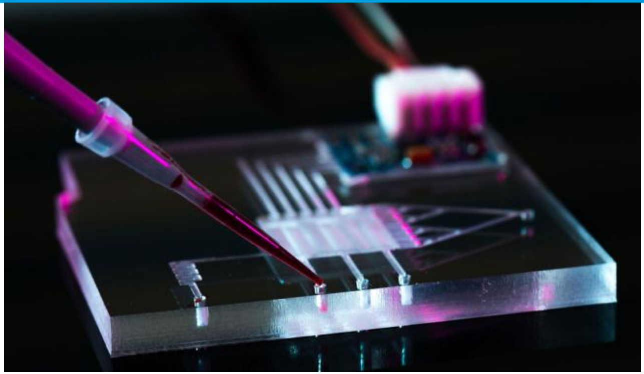

Climat/météo



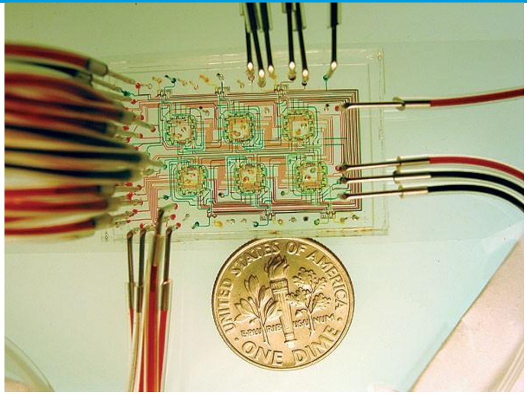

Méandre


Turbulence

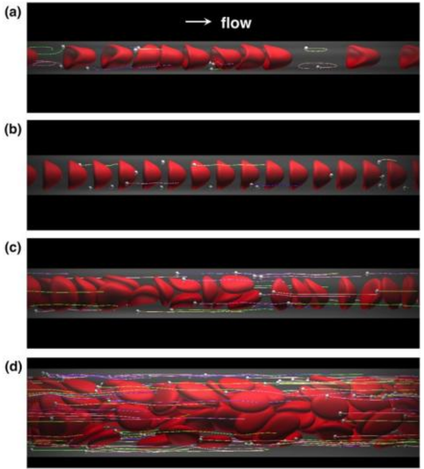
Une discipline très large



Microfluidique
Ecoulement ~µm

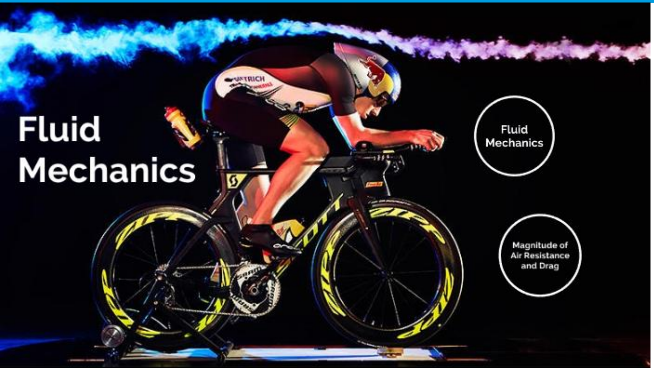


Capillarité



Ecoulement de globules rouges

Une discipline très large



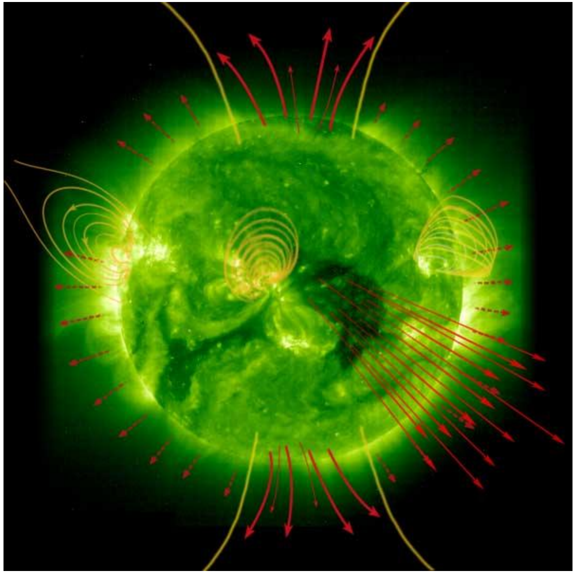
Aérodynamisme

Surf

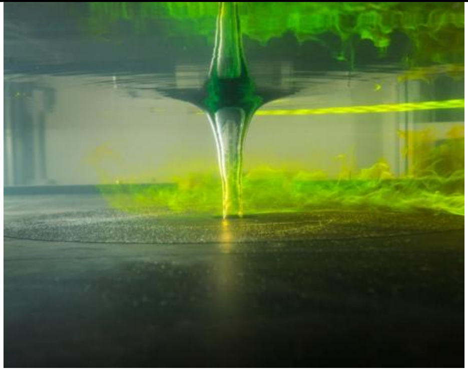
Natation

https://www.youtube.com/watch?v=lV9L4tap0j8

Une discipline très large

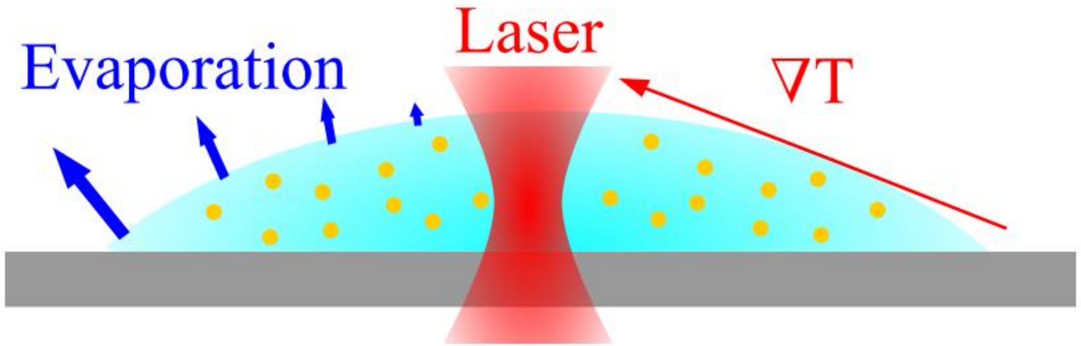


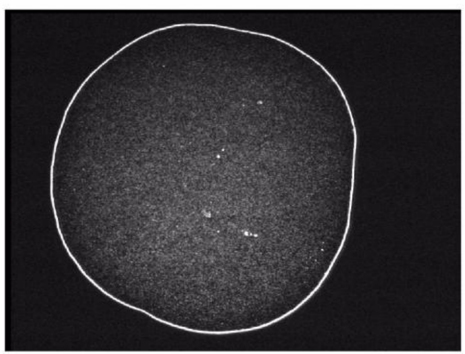
Jets de Plasma, Mécanique des fluides astrophysique

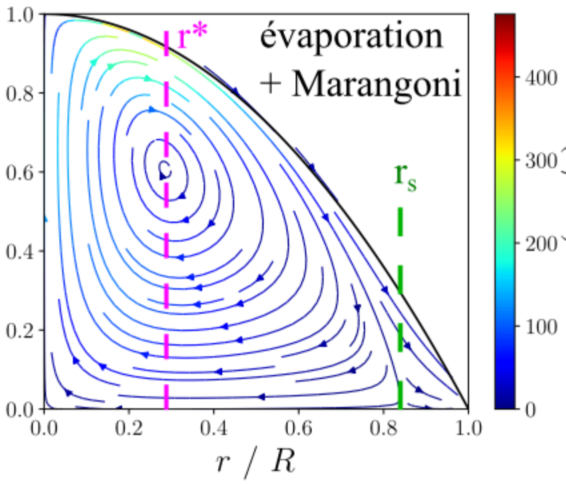


Germain Rousseaux
Pprime, Poitiers
Gravity Analogue

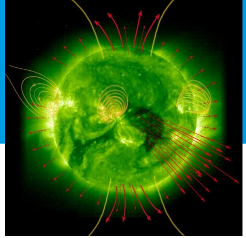
Un exemple en recherche - LOMA

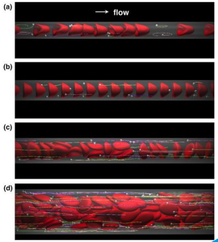


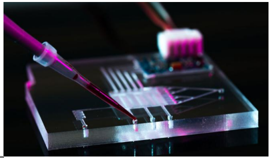


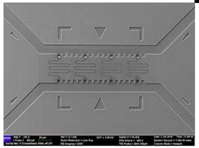


Une discipline multi-échelles !









km

m

µm

nm

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho L V}{\eta}$$

Panorama et historique

→ Equation de Navier-Stokes

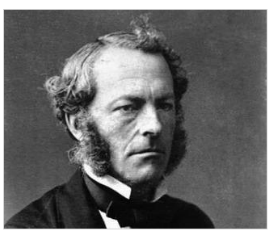
$$\frac{\partial\left(\rho\vec{v}\right)}{\partial t}+\boxed{\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\vec{v}\otimes\vec{v}\right)}=-\vec{\nabla}p+\vec{\nabla}\cdot\overrightarrow{\overrightarrow{\tau}}+\rho\vec{f}$$

Equation si simple et si compliquée à la fois

Clay Maths Institute

CMI ABOUT PROGRAMS PEOPLE MILLENNIUM PROBLEMS PUBLICATIONS

Navier–Stokes Equation



Waves follow our boat as we meander across the lake, and turbulent air currents follow our flight in a modern jet. Mathematicians and physicists believe that an explanation for and the prediction of both the breeze and the turbulence can be found through an understanding of solutions to the Navier-Stokes equations. Although these equations were written down in the 19th Century, our understanding of them remains minimal. The challenge is to make substantial progress toward a mathematical theory which will unlock the secrets hidden in the Navier-Stokes equations.

Image: Sir George Gabriel Stokes (13 August 1819–1 February 1903). Public Domain

This problem is: Unsolved

This problem is: Unsolved

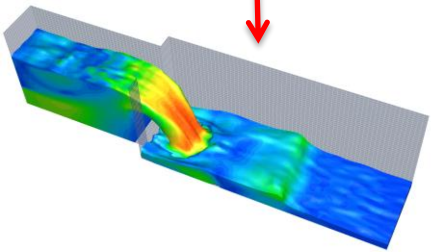
Un point de vocabulaire :

Mécanique des fluides ou Physique des fluides ?

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}\otimes\vec{v}) = -\vec{\nabla}p + \vec{\nabla}\cdot\overrightarrow{\overrightarrow{\tau}} + \rho\vec{f}$$

Résolution (très) complexe

(ex DAMTP Cambridge)



Laboratoire I2M, IMFT, etc..

$$\eta_0\underline{\nabla}^2\cdot\underline{u} - \underline{\nabla}p + \Delta\rho(r)\underline{g} = \underline{0}; \quad \underline{\nabla}\cdot\underline{u} = 0,$$

approximations

$$\mathrm{Re} \sim \rho_0 U H/\eta_0, \text{ is } \mathrm{Re} \ll 1$$

$$u_r \sim \frac{\partial\rho}{\partial r} g\sigma^2 H$$

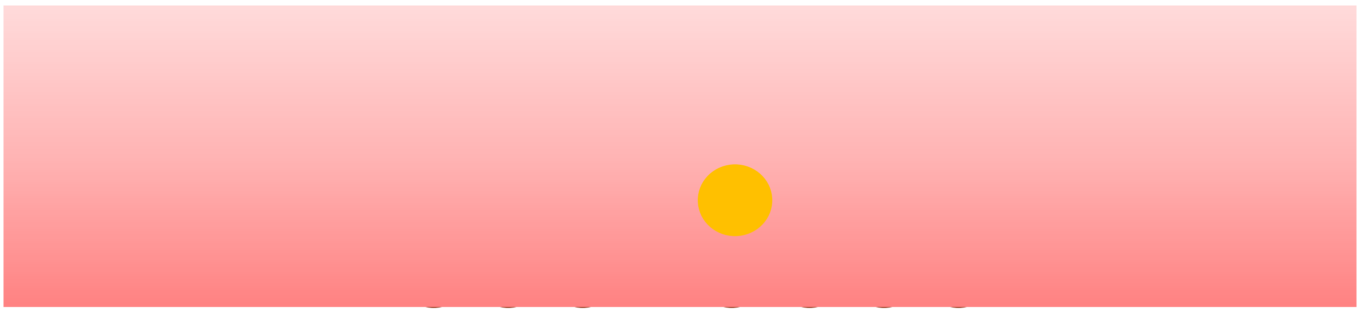
Comportements dominants

Laboratoire LOMA, LOF, CRPP

La mécanique des fluides

→ De la mécanique du point (matériel) à la mécanique des fluides

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$



Notion de particule mésoscopique de fluide d : lpm << d << L

Ang << d << macro

→ A l’échelle d, P et T peuvent être définies !

→ Mécanique des milieux continus !

L'équation de Navier-Stokes

$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = \boxed{\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}} + \boxed{\rho(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} + \boxed{\eta\Delta\vec{v}}$$

dérivée particulaire

« Poids »
Force volumique

Dérivée temporelle locale

Terme d'advection

Gradient de pression

Force de viscosité

L'équation de Navier-Stokes

$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = \boxed{\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}} + \boxed{\rho(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} + \boxed{\eta\Delta\vec{v}}$$

dérivée particulaire

« Poids » Force volumique

$$\text{Re} = \text{Nombre de Reynolds} = \frac{\rho LV}{\eta}$$

Expérience historique de Reynolds

Ecoulement laminaire

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho L V}{\eta}$$

Ecoulement turbulent

L'équation de Stokes : Re <<1

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \boxed{\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + \boxed{\cancel{\rho(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}}} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} + \boxed{\eta\Delta\vec{v}}$$

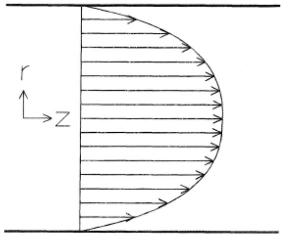
dérivée

particulaire

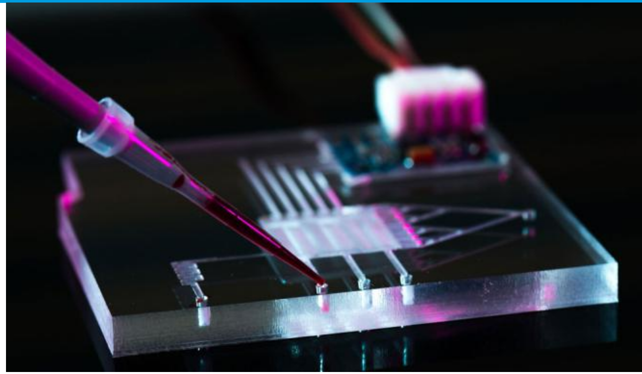
« Poids »
Force
volumique

Si l'écoulement est stationnaire

$$0 = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} + \eta\Delta\vec{v}$$



Re <<1



- Ecoulement microfluidique

- Notion de résistance hydrodynamique

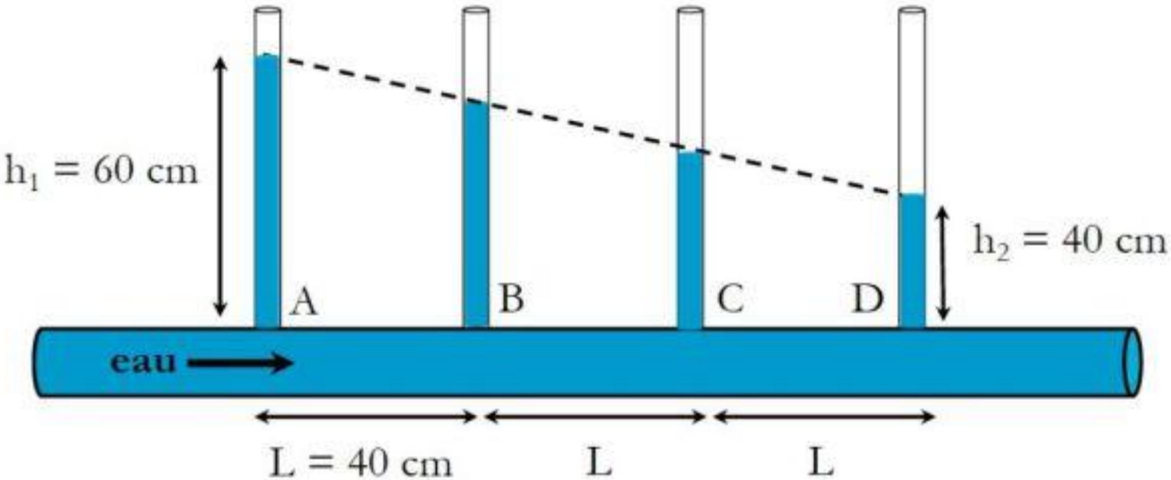
$$R_h = \frac{\Delta P}{Q}$$

Ecoulement de Poiseuille cylindrique

$$R_h = \frac{8\,\eta\,L}{\pi\,R^4}$$

Analogies avec U=RI

La perte de charge



Perte de charge : $P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2$

$$d\left(P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 \right) = \eta \Delta \vec{v}.\overrightarrow{d\ell}$$

Le long d'une ligne de courant

Quelques expériences à bas Reynolds

- Ecoulement du miel dans une paille

- Expérience de Réversibilité des fluides :

https://www.youtube.com/watch?v=KLm7PF_Uuk0 (Lycée Montaigne)

https://www.youtube.com/watch?v=i4wGWJdB7mg (EPFL)

- Effet peau de banane

- http://web.mit.edu/hml/ncfmf.html

L’équation d’Euler : Re >>1

Les effets visqueux sont négligeables : **l’écoulement est dit parfait !**

$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = \boxed{\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}} + \boxed{\rho(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} + \cancel{\boxed{\eta\Delta\vec{v}}}$$

$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g}$$

L'équation d'Euler : Re >>1

Les effets visqueux sont négligeables : **l'écoulement est dit parfait !**

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \boxed{\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}} + \boxed{\rho(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}} = -\overrightarrow{grad}P + \rho \vec{g} + \cancel{\boxed{\eta \Delta \vec{v}}}$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\overrightarrow{grad}P + \rho \vec{g}$$

La loi d'hydrostatique : fluide au repos !

→ Comment varie la pression avec l'altitude ?

z

$$0 = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} = -\frac{dP}{dz}\vec{u_z} + \rho\vec{g}$$

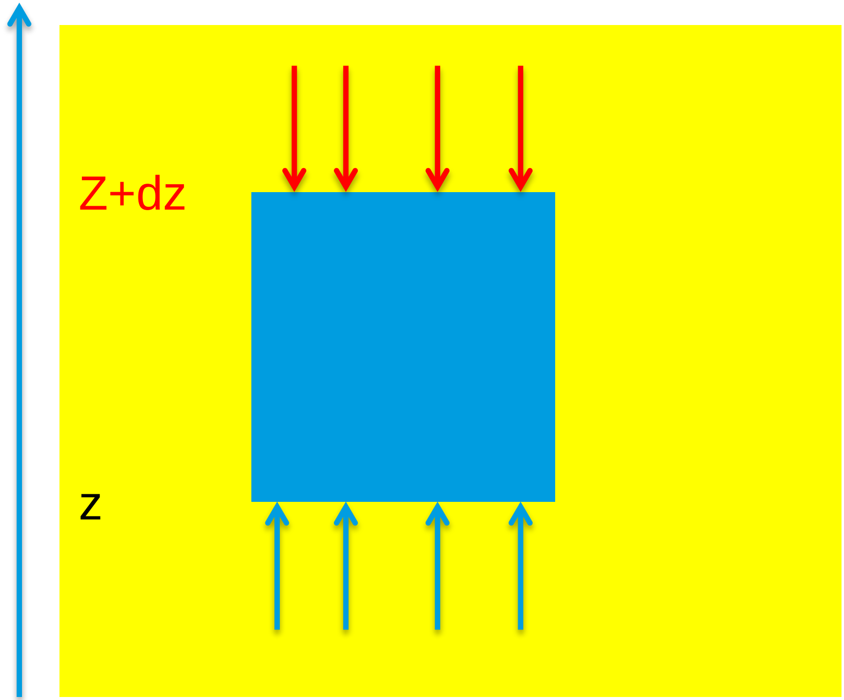
$$P(z) = P_0 - \rho g(z)$$

La pression diminue avec l'altitude !

Attention au sens de l'axe z !

La poussée d'Archimède

→ Notion de poids apparent



$$\overrightarrow{Force} = (P(z)S - P(z+dz)S)\vec{e}_z$$

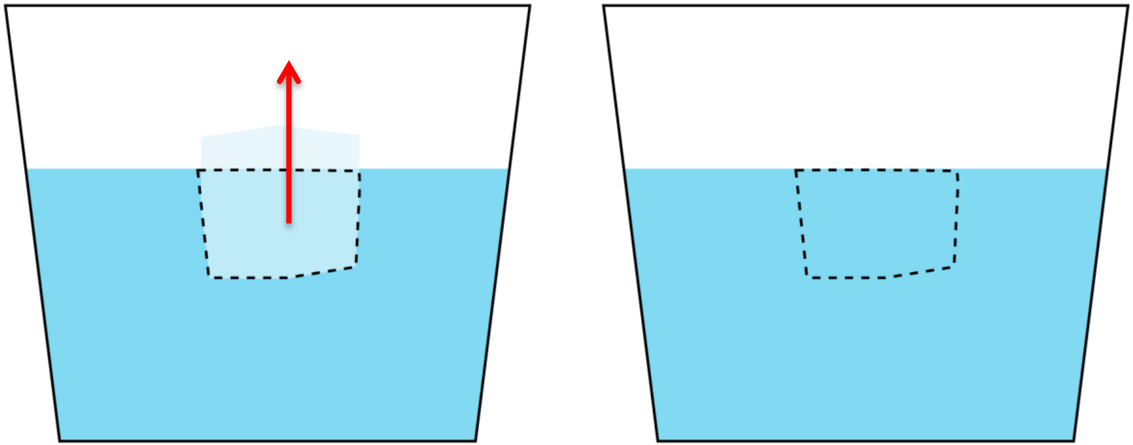
$$P(z) = P_0 - \rho g(z)$$

$$\Rightarrow -P(z+dz) + P(z) = +\rho.dz.g$$

$$\overrightarrow{Force} = \rho.dz.gS\vec{e}_z = \rho.Vg\vec{e}_z = -m\vec{g}$$

Poussée d'Archimède = force opposée au poids du fluide déplacé

Solide immergé partiellement



$$\overrightarrow{Force} = \rho.dz.gS\vec{e}_z = \rho.V_i g\vec{e}_z$$

Pour un iceberg : Vi=0.9 V

https://phet.colorado.edu/en/simulations/buoyancy

Les écoulements : vocabulaire spécifique

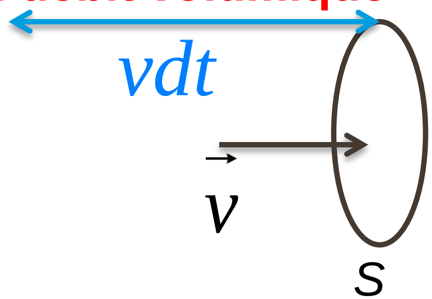
- **Écoulement incompressible :** la masse volumique ρ est constante dans l'espace et dans le temps.

Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{v}) = 0 \qquad \Rightarrow div(\rho \vec{v}) = 0$$

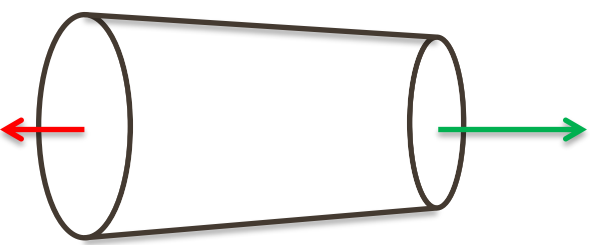
$$\Rightarrow div(\vec{v}) = 0$$

→ Conservation du débit volumique



m³/s

$$D\acute{e}bit\ \text{volumique} = \frac{dV}{dt} = \iint \vec{v}.\overrightarrow{dS} = vS$$

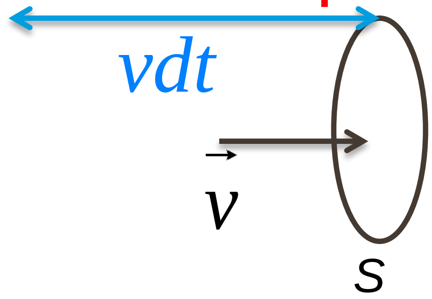


$$\oiint \vec{v}.\overrightarrow{dS} = \iiint div(\vec{v})d\tau = 0$$

$$= \iint_{entrant} \vec{v}.\color{red}{\overrightarrow{dS}} + \iint_{sortant} \vec{v}.\color{green}{\overrightarrow{dS}} = 0$$

Débit massique

→ Conservation du débit volumique



$$m = \rho V$$

kg/s

$$Débit\ \text{massique} = \frac{dm}{dt} = \iint \overrightarrow{\rho v} . \overrightarrow{dS} = \rho v S$$

→Mesure avec une balance et un chronomètre !

Application

Amincissement d'un jet liquide qui tombe

Modélisation simple:

$$D_0 = v_0 S_0 \text{ (débit initial)}$$

$$v = -gt + v_0$$

Conservation du débit volumique

$$D_0 = v_0 S_0 = vS$$

Retour sur les écoulements parfaits

Les effets visqueux sont négligeables : **l'écoulement est dit parfait !**

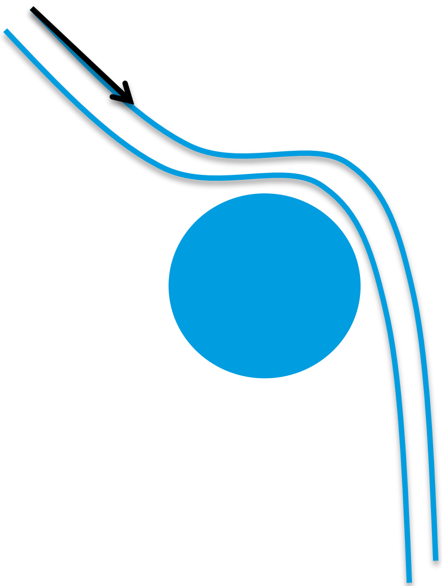
$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = \boxed{\rho\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}} + \boxed{\rho(\vec{v}.\overrightarrow{grad})\vec{v}} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g} + \cancel{\boxed{\eta\Delta\vec{v}}}$$

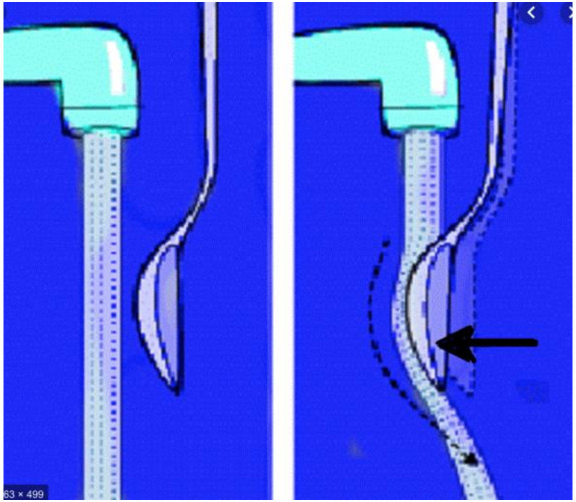
$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\overrightarrow{grad}P + \rho\vec{g}$$

Equation d'Euler

Effet Coanda

Un fluide a tendance
à entrainer le fluide avec lui
En présence d'un solide → dissymétrie.





Le théorème de Bernoulli

L'écoulement est parfait, incompressible, permanent

Entre 2 points A et B d'une même ligne de courant

$$\left(P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 \right)_A^B = 0$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho {v_A}^2 = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho {v_B}^2$$

Pression motrice+pression dynamique

Le théorème de Bernoulli

Si en plus, l'écoulement est parfait, incompressible, permanent **ET IRROTATIONNEL**

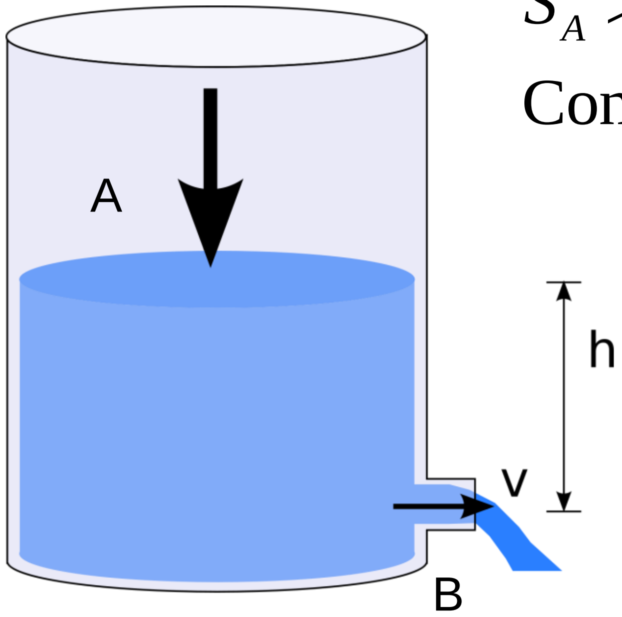
Dans tout l'écoulement

$$P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{Constant}$$

Conservation de l'énergie mécanique

Applications

➔ Vidange d'un réservoir (Formule de Torricelli)



$$S_A >> s_B$$

Conservation du débit (vS=Cst) : $v_A << v_B$

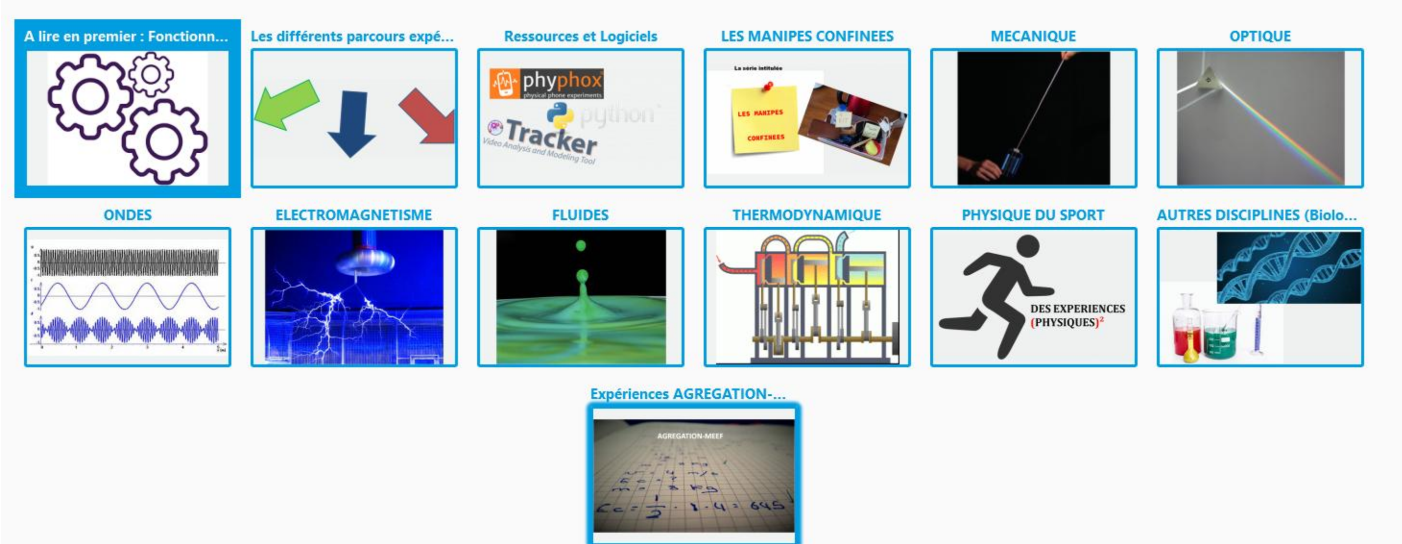
$$P_0 + \rho g z_A = P_0 + \rho g z_B + \frac{1}{2}\rho {v_B}^2$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

Travaux Pratiques de Physique

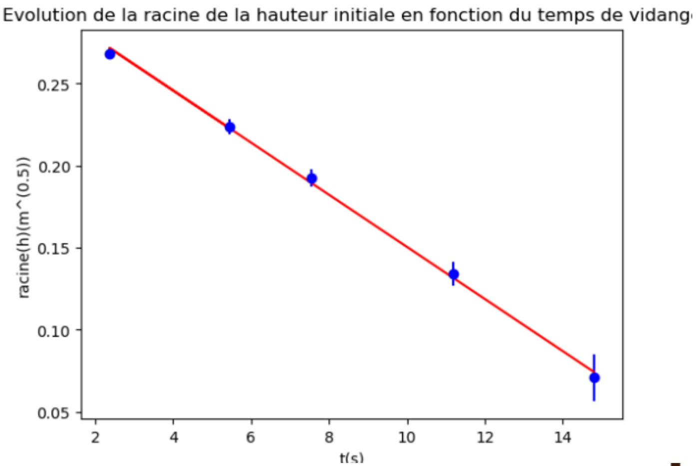
à Distance

ou comment expérimenter chez soi avec son smartphone et autres objets du quotidien



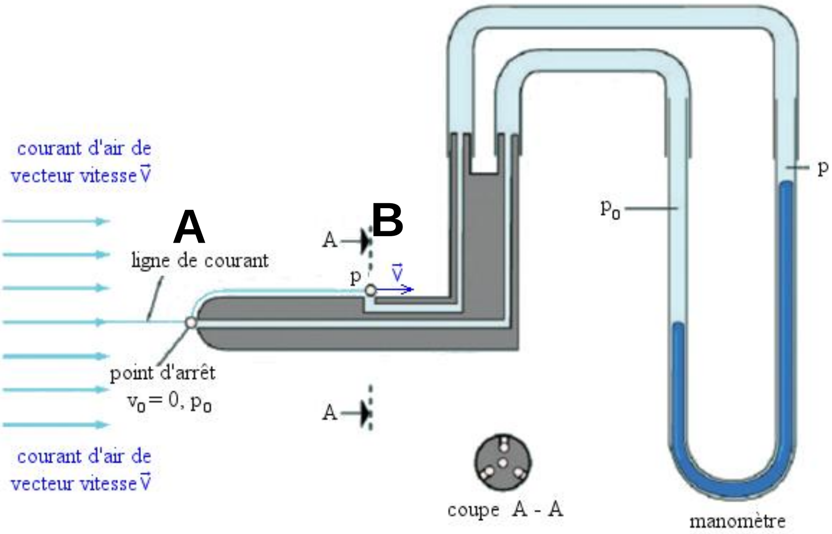
$$\frac{dh}{dt} = -\sqrt{2gh}\frac{s}{S}$$

$$\sqrt{h} = \sqrt{h_0} - \sqrt{\frac{g}{2}}\frac{s}{S}t$$



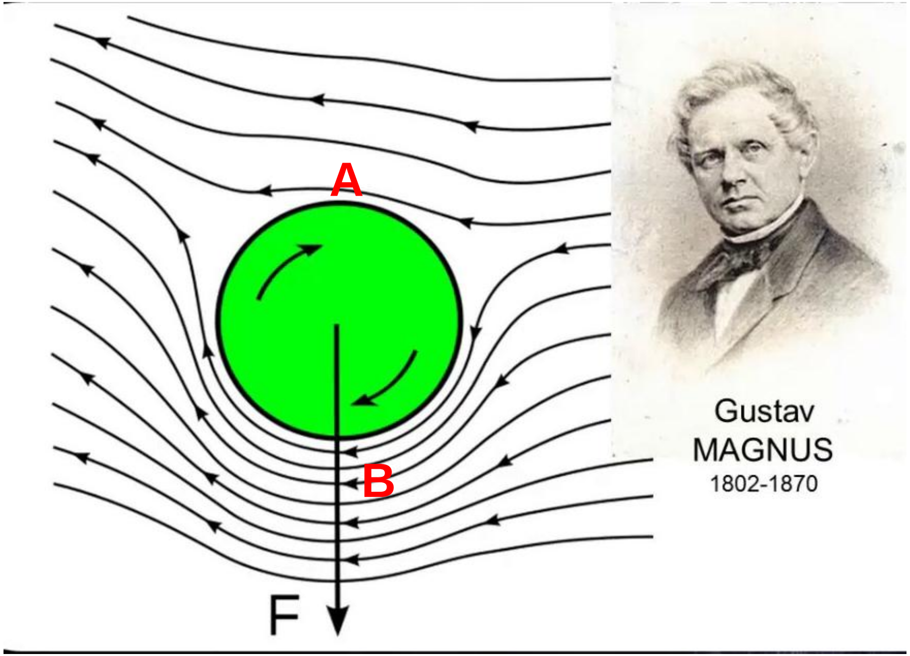
Sinon il faut mesurer la masse en fonction du temps

Tube de Pitot: mesure de la vitesse



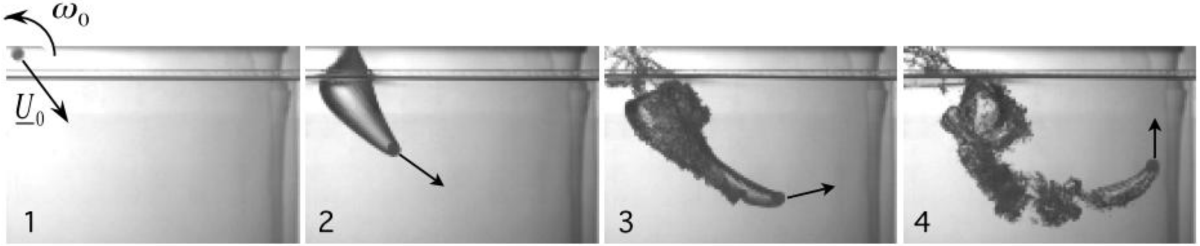
$$v_B = \sqrt{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho}}$$

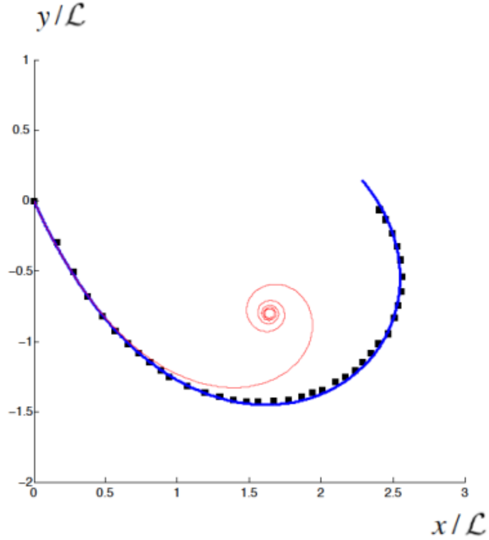
Effet Magnus



$$v_B > v_A$$

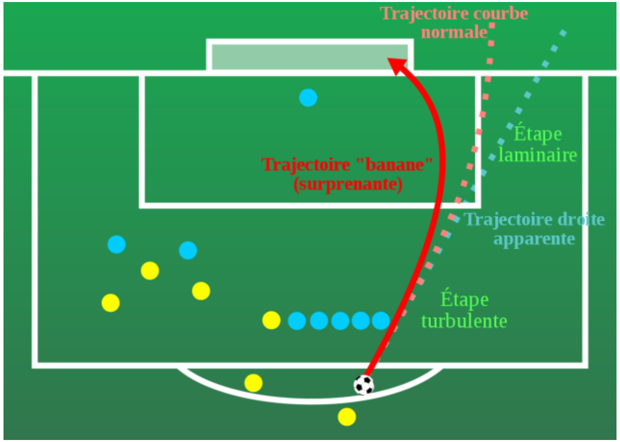
$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho {v_A}^2 = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2}\rho {v_B}^2 \quad \Rightarrow P_A > P_B$$

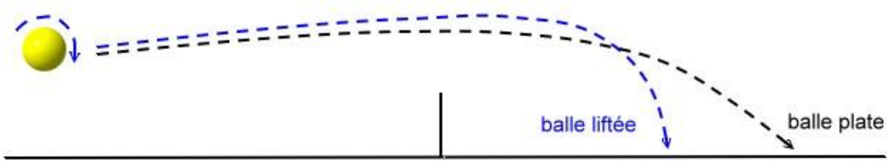




Dupeux et al. , New Journal of Physics (2010)

Coup franc et lift au tennis



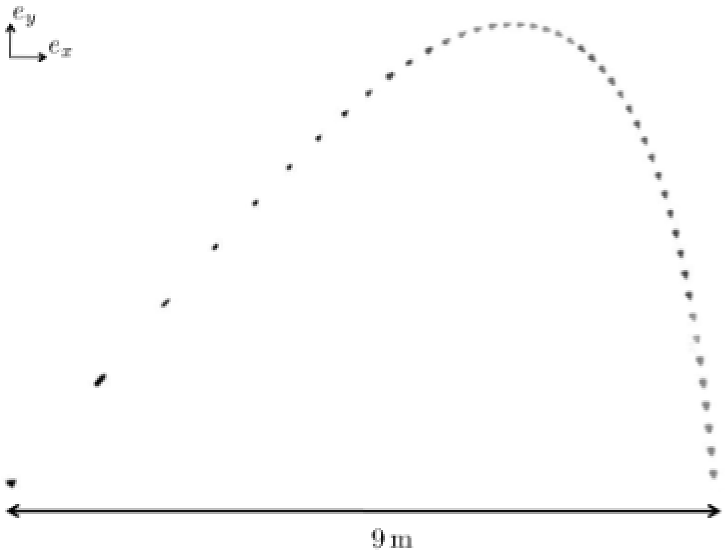


https://www.youtube.com/watch?v=kQCk27EYV4M

Fluides : Cereal Launcher – Steve Splangler

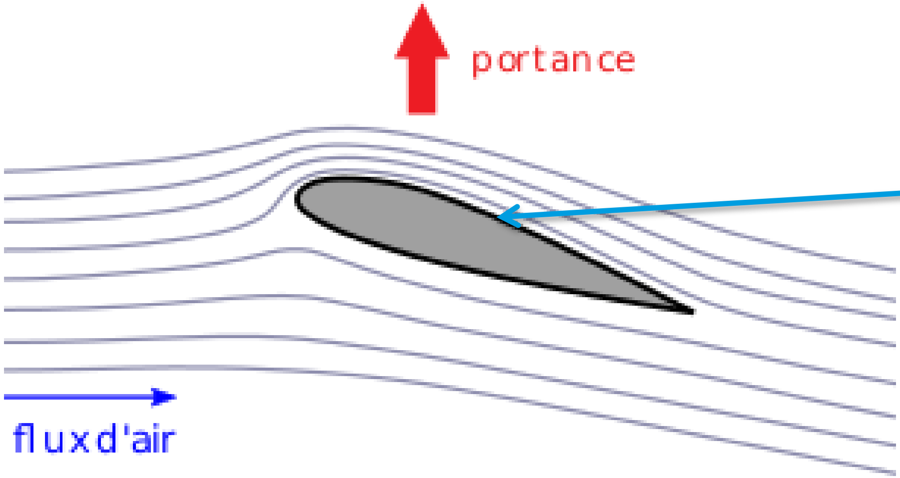
- https://stevespangler.us16.list-manage.com/track/click?u=520f8549e09bce97a8e08cdf3&id=3a6ba5473f&e=3a6b358542

Application Fizziq/Outil Cinématique



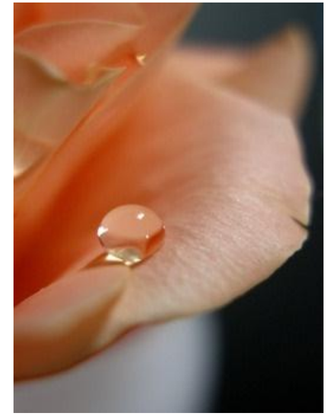
Effet des frottements

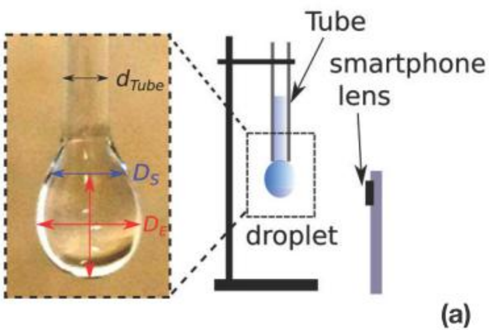
Portance des ailes d'avion



Plus rapide
Pression pus faible

Autres effets spectaculaires : Les effets capillaires

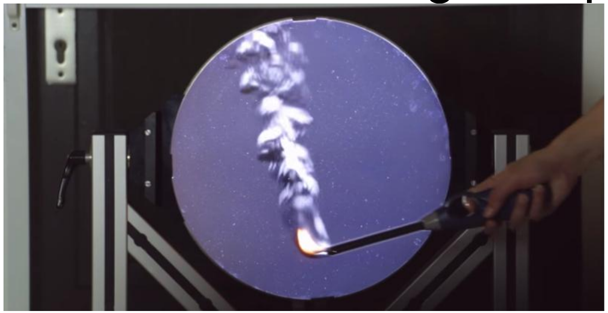




God made the *bulk*; the surface was invented by the *devil*.” *Pauli*

La physique des fluides

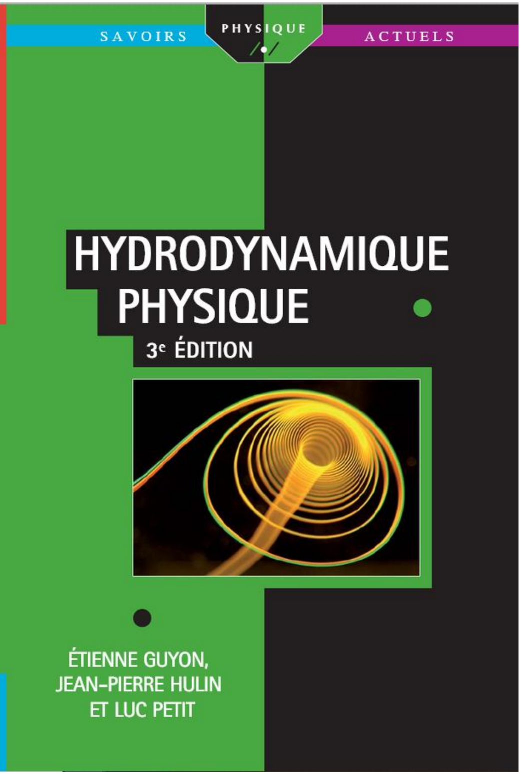
- Très belle science ! De très belles images…qui font rêvées

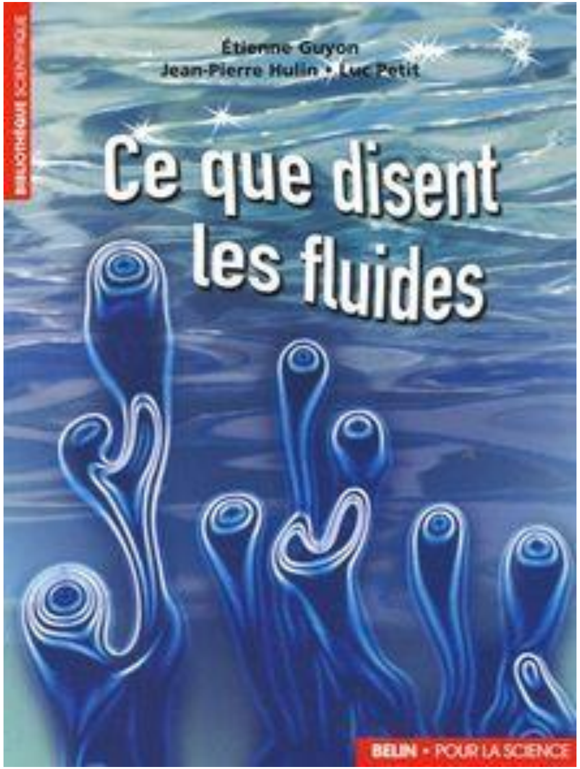


- Approximation, modélisation, sens physique, introduction aux nombres adimensionnés , universalité

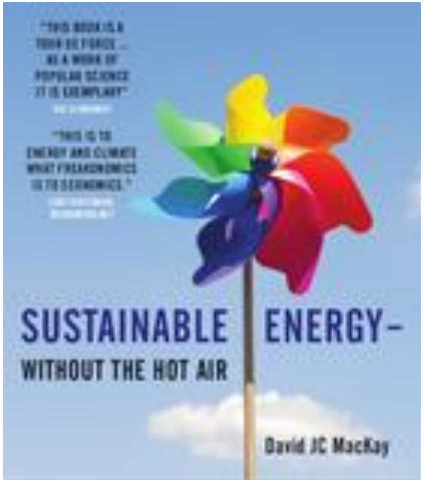
- Discipline ancrée dans le quotidien mais également en lien avec des problématiques fondamentales

Quelques références





Physique des fluides et transition énergétique



Withouthotair.com

$$\frac{1}{2} m_{\text{air}} v^2 = \frac{1}{2} \rho A v t \, v^2,$$

Quelques liens et ressources

- https://scienceetonnante.com/2014/03/03/la-mysterieuse-equation-de-navier-stokes/
- 7 problèmes du Millénaire https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/detentes/les-sept-problemes-du-millenaire
- Withouthotair.com
- Hydrodynamique physique, Guyon, Hulin, Petit
- Ce que disent les fluides, Guyon
- Smartphonique.fr (TP à distance/smartphone/etc…)
- Physique du sport : Laboratoire Ladhyx, C. Clanet
- Nanofluidique : voir Lydéric Bocquet ENS