

Ondes Gravitationnelles:

Une nouvelle baie vitrée sur l'Univers



66^e Congrès national de l'UdPPC

28-31 oct. 2018 Bordeaux - Talence (France)

David A. Smith
Centre d'Études Nucléaires de Bordeaux-Gradignan
smith@cenbg.in2p3.fr



UNION DES
PROFESSEURS DE
PHYSIQUE ET CHIMIE
Bordeaux 2018

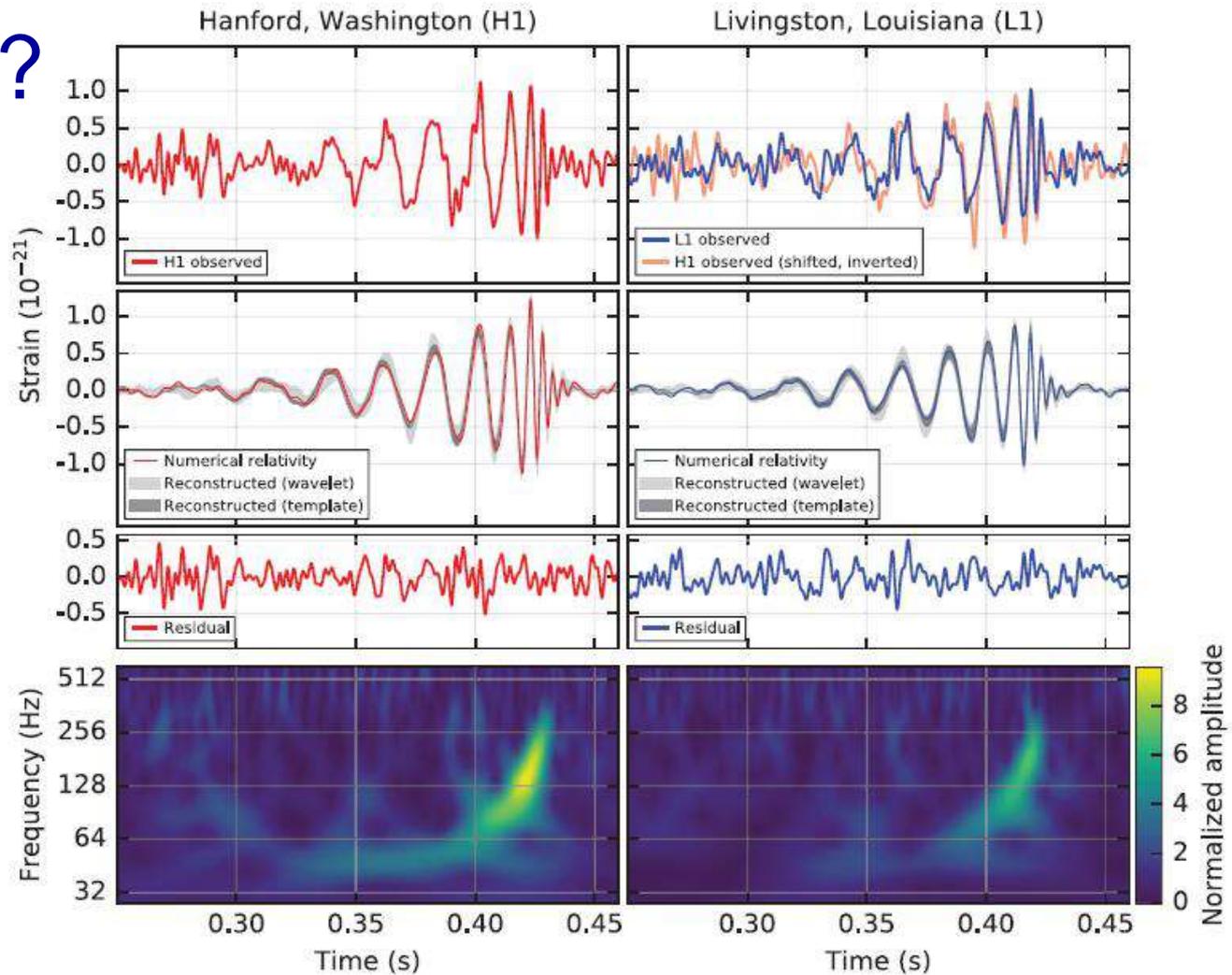
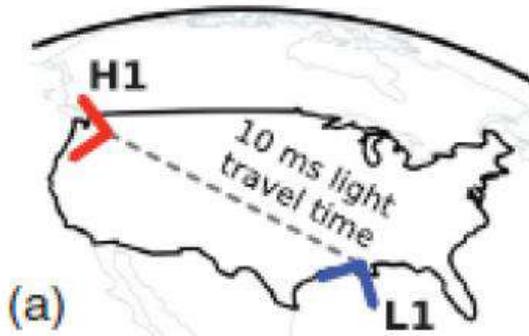
1609: la lunette de Galilée ouvre une nouvelle fenêtre sur l'Univers.

2015: une '*lunette*' très nouvelle.

L'antenne d'ondes gravitationnelles LIGO 'voit' ('*entend*!') qq chose pour la première fois.



Qu'a-t-on vu?



Selected

PHYSICAL REVIEW LETTERS

12 FEBRUARY 2016

Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

= Ondes gravitationnelles de la fusion d'un trou noir binaire

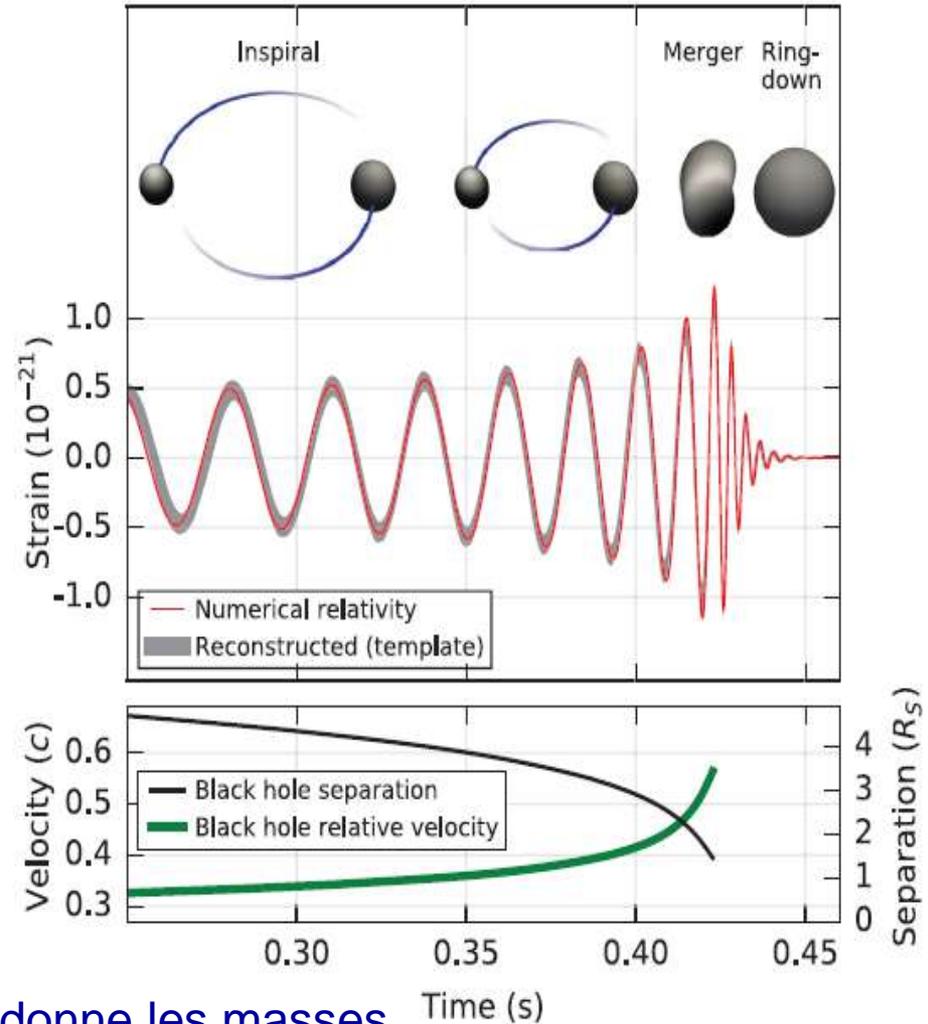
On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in

$$E = 3M_{\odot}c^2 \text{ en ondes grav!}$$

Plus puissant que le reste de l'Univers pendant un dixième de seconde.

TABLE I. Source parameters for GW150914. We report median values with 90% credible intervals that include statistical errors, and systematic errors from averaging the results of different waveform models. Masses are given in the source frame; to convert to the detector frame multiply by $(1+z)$ [90]. The source redshift assumes standard cosmology [91].

Primary black hole mass	$36^{+5}_{-4}M_{\odot}$
Secondary black hole mass	$29^{+4}_{-4}M_{\odot}$
Final black hole mass	$62^{+4}_{-4}M_{\odot}$
Final black hole spin	$0.67^{+0.05}_{-0.07}$
Luminosity distance	410^{+160}_{-180} Mpc
Source redshift z	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$



“Luminosity distance”: la forme du signal donne les masses.

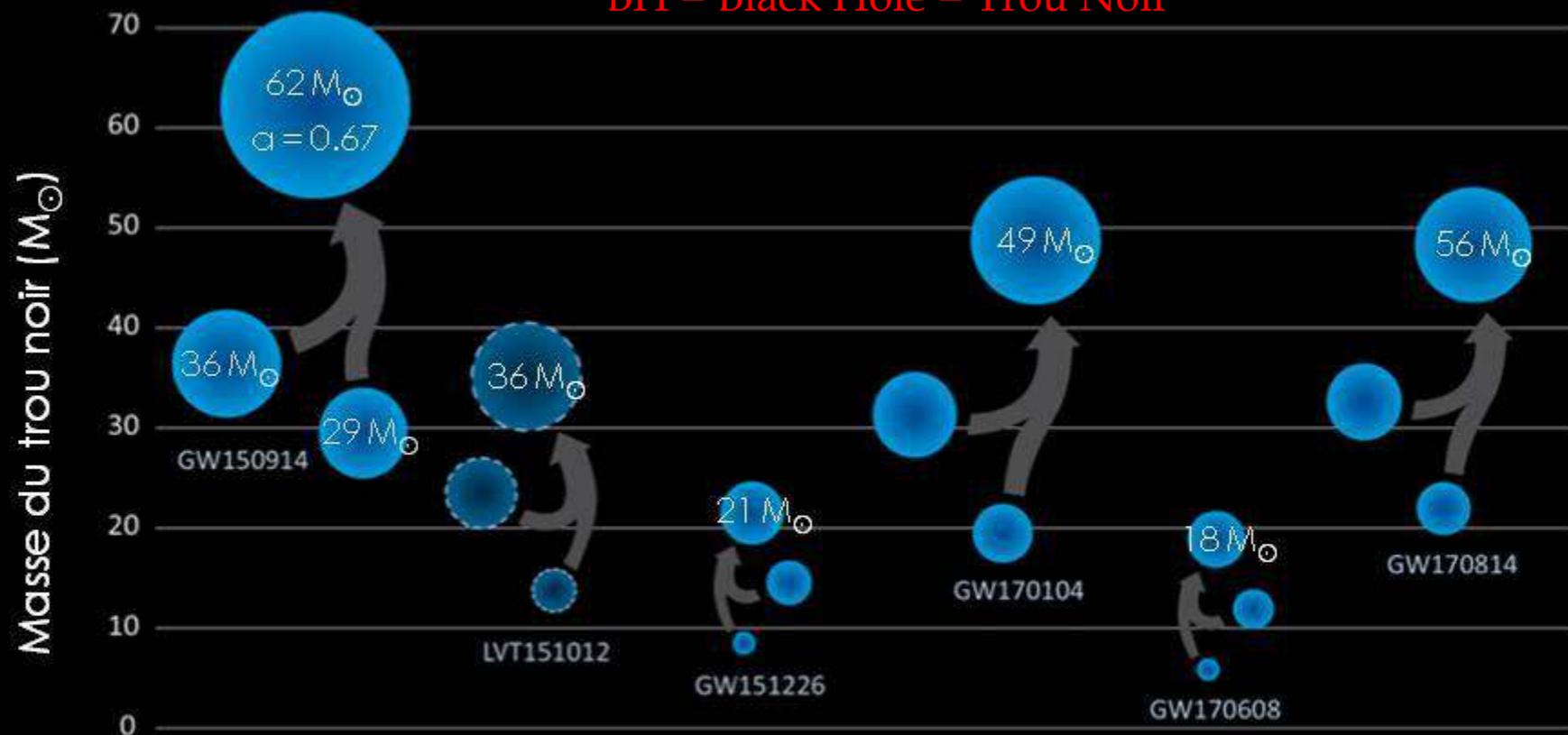
La relativé générale d'Einstein donne l'intensité à la source.

Intensité observée → distance.

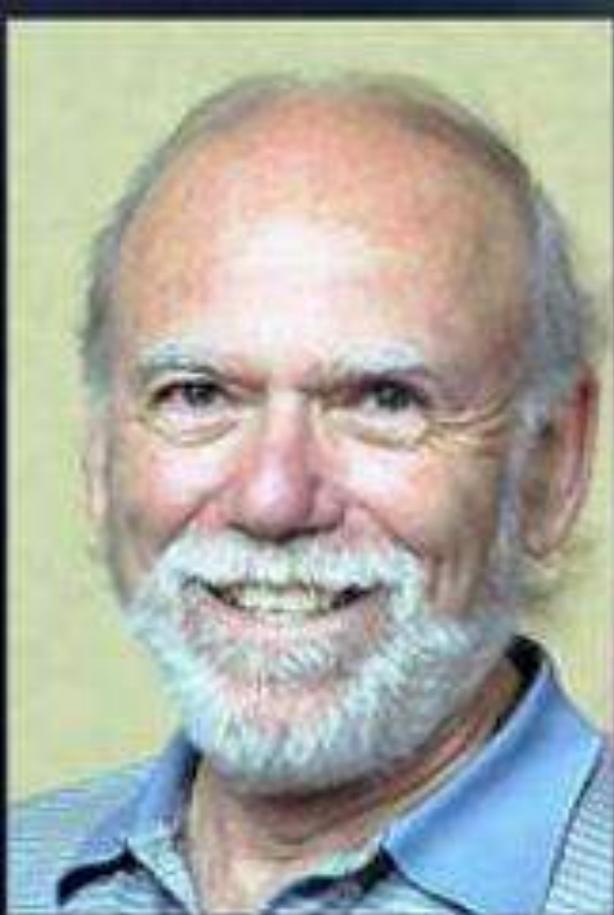
Coalescences BH+BH : les cinq premiers systèmes

Trous noirs binaires

BH = Black Hole = Trou Noir



LIGO/VIRGO



Barry C. Barish (Caltech)



Kip S. Thorne (Caltech)



Rainer Weiss (MIT)

2017 Nobel Prize in Physics

Les trous noirs

Explication 1:

Vitesse de libération > vitesse de la lumière

$$V_{\text{Lib}} > c$$



$$v_{\text{libération}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Pour la Terre: 40 320 km/h

Pour la Lune: 8 640 km/h

M très grand et/ou r très petit, $v_{\text{Lib}} > c$.

Mais! $v > c$ est interdit,
alors rien ne s'échappe et le trou est
NOIR.

Rayon de Schwarzschild :

Le point de non-retour

$$R_S = 2GM/r^2 = 3 \text{ km}(M/M_{\odot})$$

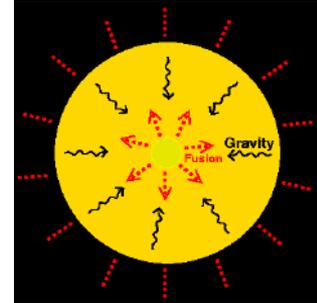
Explication 2:

Si rien ne résiste à la gravitation, la masse se concentrera à un point.

Une étoile:

La pression du gaz chaud résiste.

Soleil $M=M_{\odot}$ $r = 700\,000 \text{ km}$



Une naine blanche:

L'étoile ne brûle plus. La gravitation la comprime au point que les électrons des atomes sont serrés au maximum les uns contre les autres.

$M \sim M_{\odot}$ $r \sim 7\,000 \text{ km}$

Une étoile à neutrons:

M/r encore plus grand. Les électrons des atomes s'écrasent contre les protons du noyaux, et forment des neutrons.

Les neutrons sont serrés au maximum les uns contre les autres.

$M = 1.4 M_{\odot}$ $r = 13 \text{ km}$.

Un trou noir:

M/r très grand. Les neutrons se dissolvent.

Singularité.

$M = M_{\odot}$ $R_S = 3 \text{ km}$.

-- *Ce matin* --

- Rappel sur les fusions de trous noirs
- Aperçu des détecteurs
- Calculs simplifiés
- Fusion d'étoiles à neutrons:
Ondes gravitationnelles d'un sursaut gamma!

Détecter les ondes gravitationnelles



Fin des années 1960, Weber construit les premiers détecteurs...

Comment les voir?

“Virgo”, à Pise



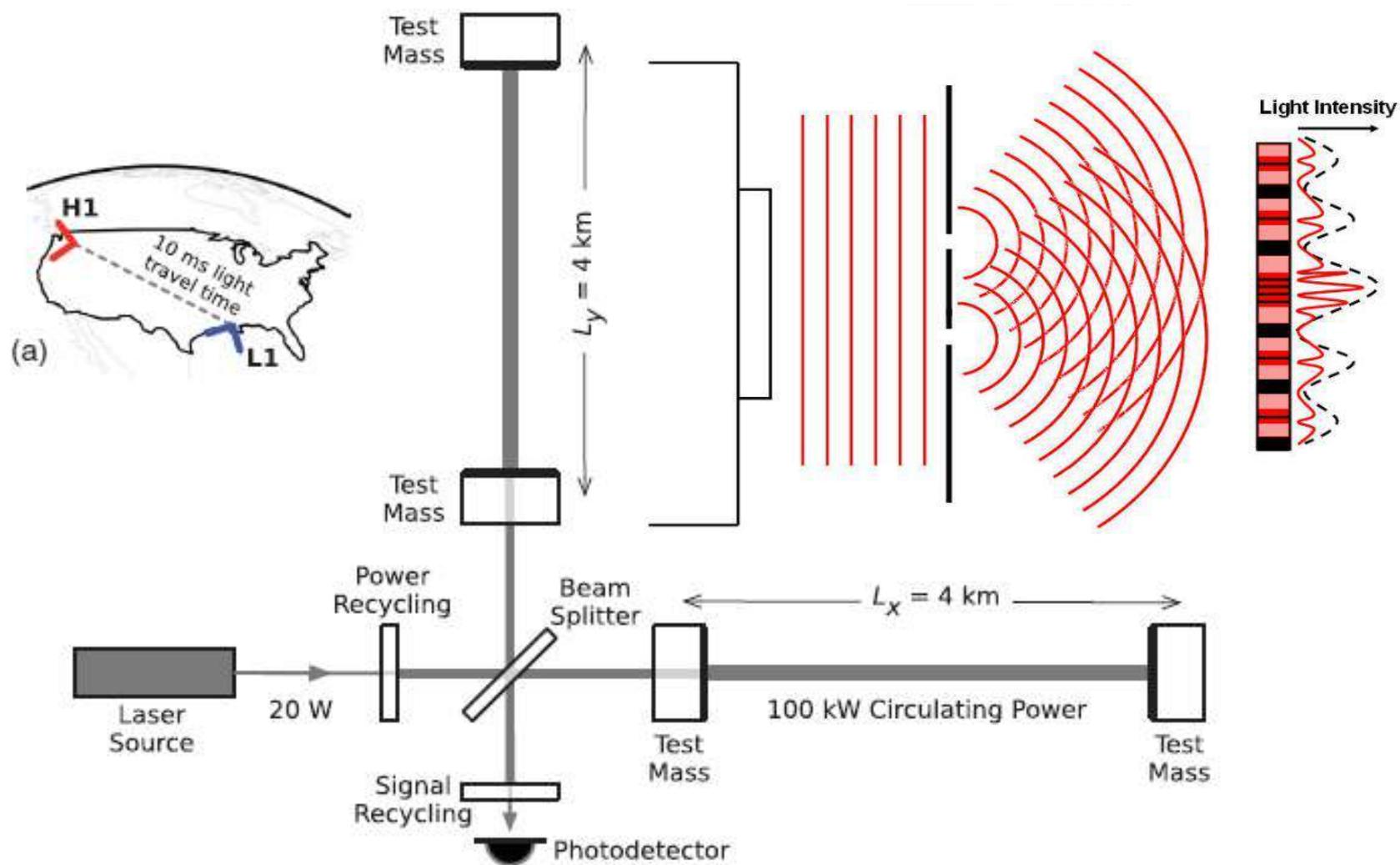


FIG. 3. Simplified diagram of an Advanced LIGO detector (not to scale). A gravitational wave propagating orthogonally to the detector plane and linearly polarized parallel to the 4-km optical cavities will have the effect of lengthening one 4-km arm and shortening the other during one half-cycle of the wave; these length changes are reversed during the other half-cycle. The output photodetector

Animation de l'interféromètre

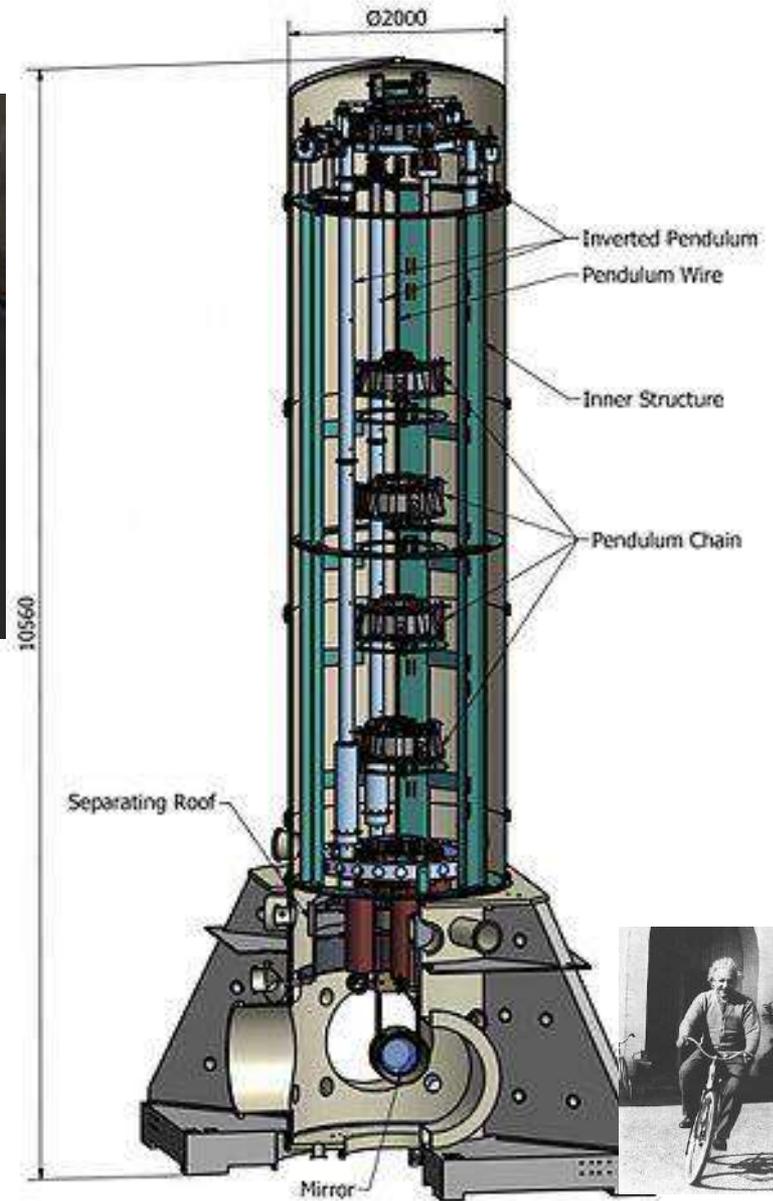
Isoler les miroirs des vibrations ambiantes

Faisceaux lasers 'sous vide'



Réglé en interférence destructive
→ les 2 fois 100 kW s'annulent.

L'onde G dérègle le système, et les photodétecteurs reçoivent un peu de lumière.



Systèmes actifs et passifs pour contrer les vibrations ambiantes

Depuis >25 ans, un travail méticuleux et astucieux pour atteindre la stabilité et sensibilité requises.



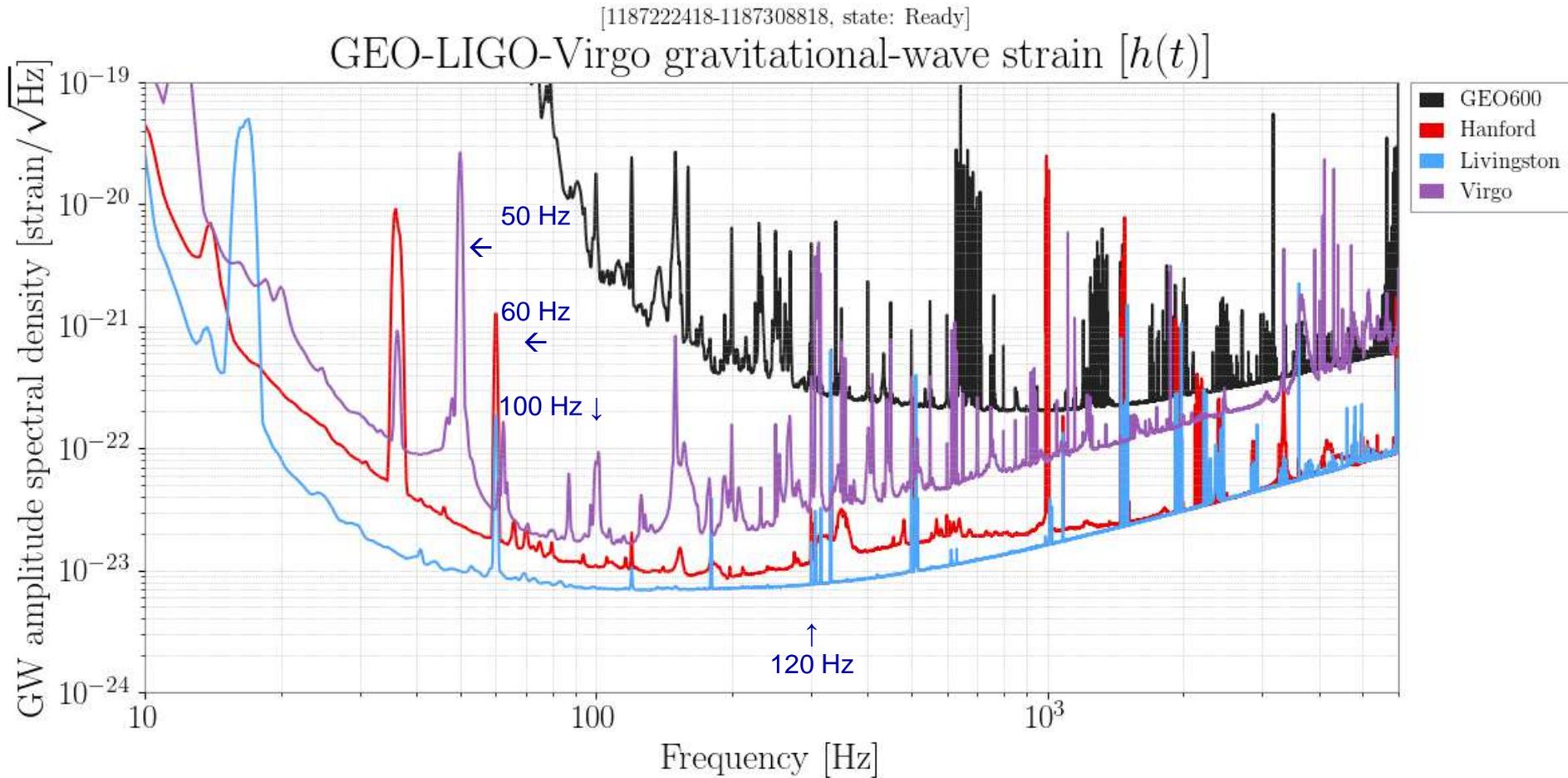
Cavités Fabry-Perrot:

- Multiplier la puissance lumineuse
- Multiplier la longueur effective des bras
- Résonance à très grand Q.



« Strain » = étirement, tension.

Déplacement relatif.



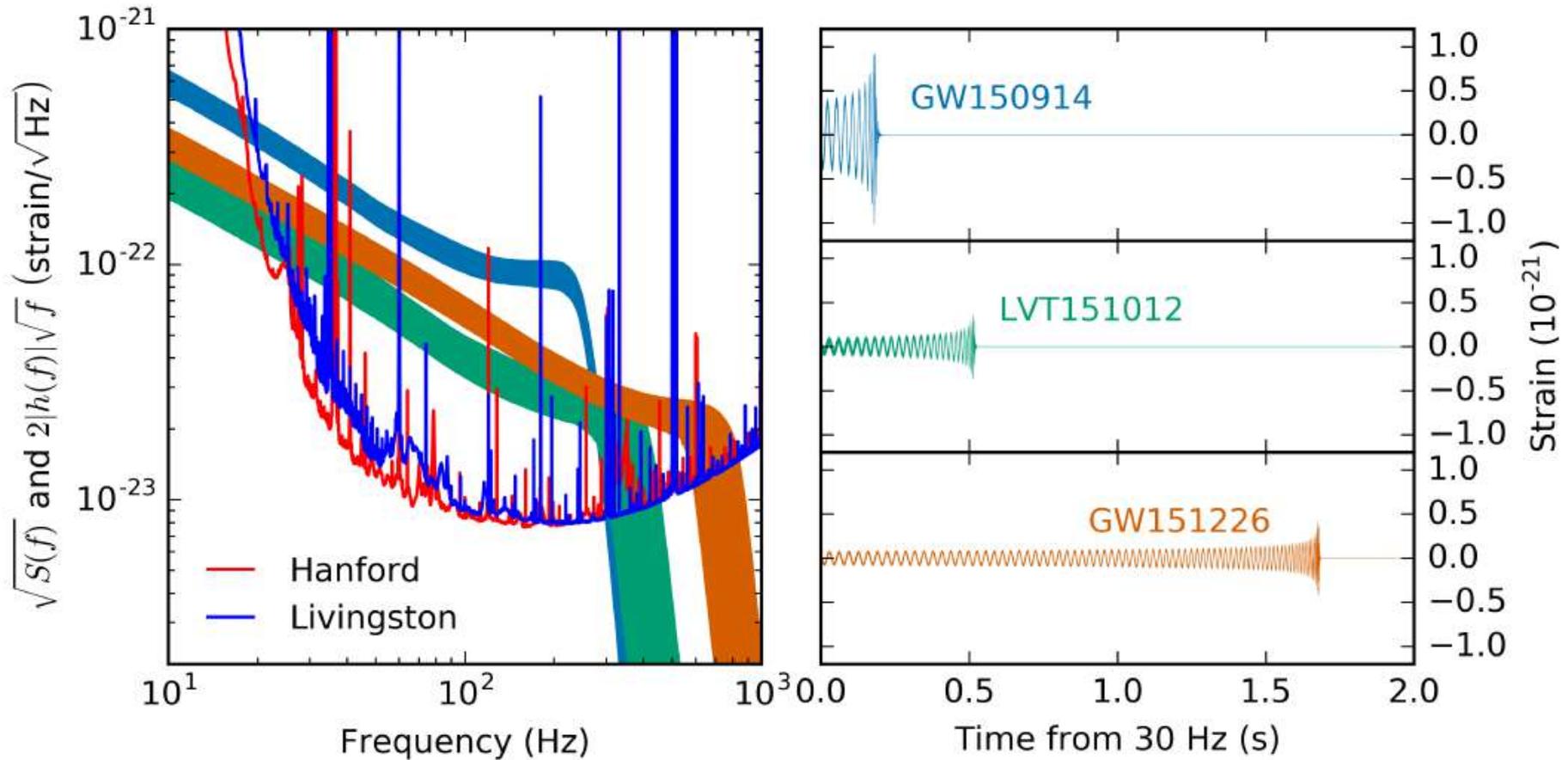
Ligo, septembre 2015: $10^{-21} \times 4 \text{ km} = 4 \times 10^{-18} \text{ m}$

= 0.004 fm

= $R_{\text{proton}}/220$.

Trois détections pendant la première 'saison'

- Le 12 octobre 2015 – au raz du bruit.
- Le lendemain de Noël – signal fort.



-- *Ce matin* --

- Rappel sur les fusions de trous noirs
- Aperçu des détecteurs
- **Calculs simplifiés**
- Fusion d'étoiles à neutrons:
Ondes gravitationnelles d'un sursaut gamma!

La masse

Tellement familière qu'on croît savoir ce que c'est.

1. Les objets résistent aux changements de mouvement. Cela s'appelle l'inertie.

ça résiste plus pour le plomb que pour les plumes.

Le changement de mouvement, a , est proportionnel à la force F appliquée. On appelle la constante de proportionnalité « *la masse inertielle* », m_I , et on écrit $F = m_I a$.

2. Les objets s'attirent. Cela s'appelle la gravitation.

L'attraction de l'un par l'autre est proportionnelle à une quantité qu'on appelle « *la masse gravitationnelle* », m_G .

Postulat (constat) d'Einstein, pour formuler la relativité générale:
les deux sont les mêmes!

$$m_G = m_I \quad (\text{« principe d'équivalence »})$$

Autre postulat: les lois ne dépendent pas du point de vue.

1905 – relativité restreinte

1915 – relativité générale = théorie de la gravitation

Equation d'Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

où :

- $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Ricci ; (R : la courbure d'espace-temps)
- R est la courbure scalaire ;
- $g_{\mu\nu}$ est le tenseur métrique de signature (+,-,-,-) ;
- Λ est la constante cosmologique ;
- $T_{\mu\nu}$ est le tenseur énergie-impulsion ;

https://fr.wikipedia.org/wiki/équation_d'Einstein

Origine des ondes gravitationnelles

Les équations de champ d'Einstein sont des équations différentielles non-linéaires (« linéarisation »).

Solutions seulement pour symétrie particulière.

Le régime du champ faible en est un exemple.

$$G_{\mu\nu}(g) = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

Métrieque plat

petite perturbation

$$h_{\mu\nu} \ll 1$$

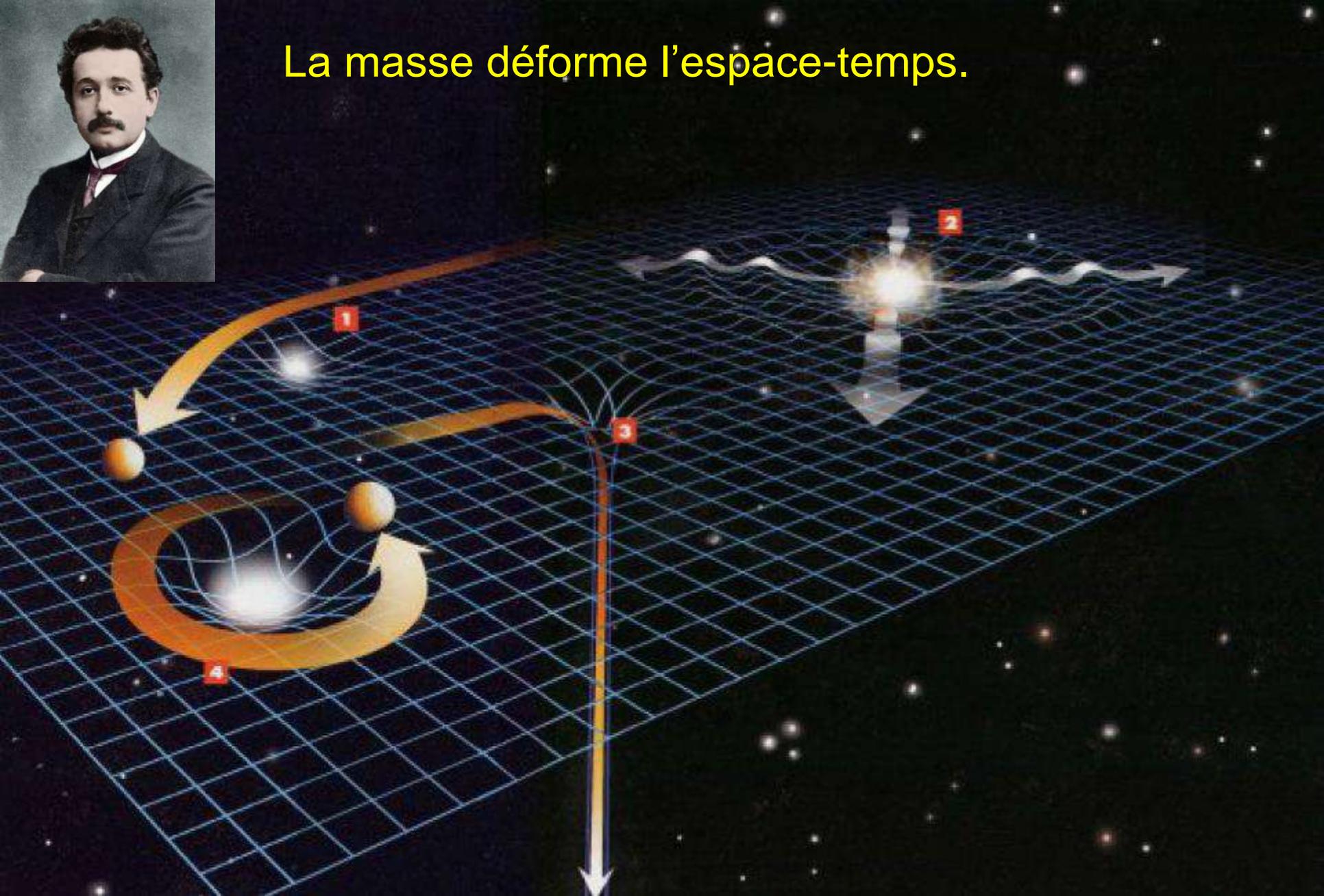
$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) h_{\mu\nu} = 0$$

→ Wave solution:

$$h_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu} \exp[i(\omega_{GW} t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$



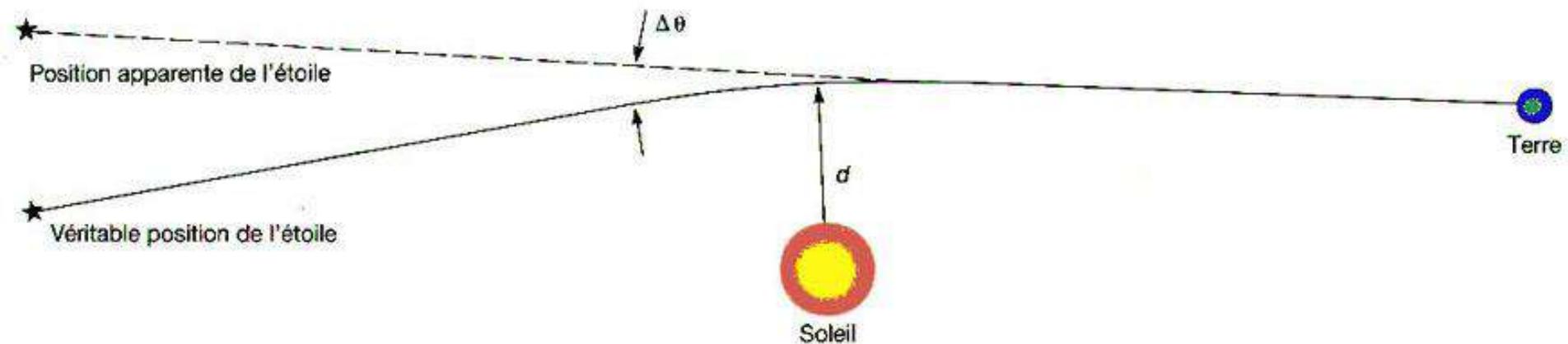
La masse déforme l'espace-temps.



Déviations de la lumière d'une étoile qui passe près d'un objet massif.

Prédite par Einstein, 1915.

Observée par Eddington lors d'une éclipse solaire, 1919.



Déviations des rayons lumineux par le Soleil. d est leur distance minimale d'approche du Soleil.

Approximative Champ
 Näherungsweise Integration der Feldgleichungen
 der Gravitation. Equations

VON A. EINSTEIN.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter »erster Näherung« ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \quad (1)$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

planes ondes
 § 2. Ebene Gravitationswellen.

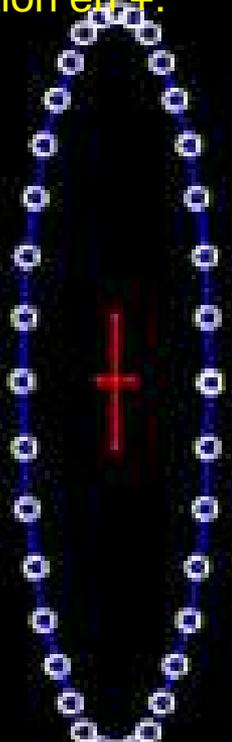
Aus den Gleichungen (6) und (9) folgt, daß sich Gravitationsfelder stets mit der Geschwindigkeit 1, d. h. mit Lichtgeschwindigkeit, fortpflanzen. Ebene, nach der positiven x -Achse fortschreitende Gravitationswellen sind daher durch den Ansatz zu finden

$$\gamma'_{\mu\nu} = a_{\mu\nu} f(x_1 + i x_4) = a_{\mu\nu} f(x - t). \quad (15)$$

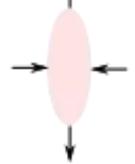
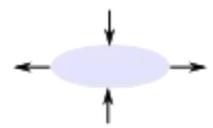
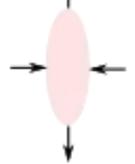
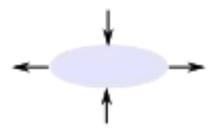
Dabei sind die $a_{\mu\nu}$ Konstante: f ist eine Funktion des Arguments $x - t$. Ist der betrachtete Raum frei von Materie, d. h. verschwinden die $T_{\mu\nu}$, so sind die Gleichungen (6) durch diesen Ansatz erfüllt. Die

Anneaux de billes, déformés lors du passage d'une onde gravitationnelle:

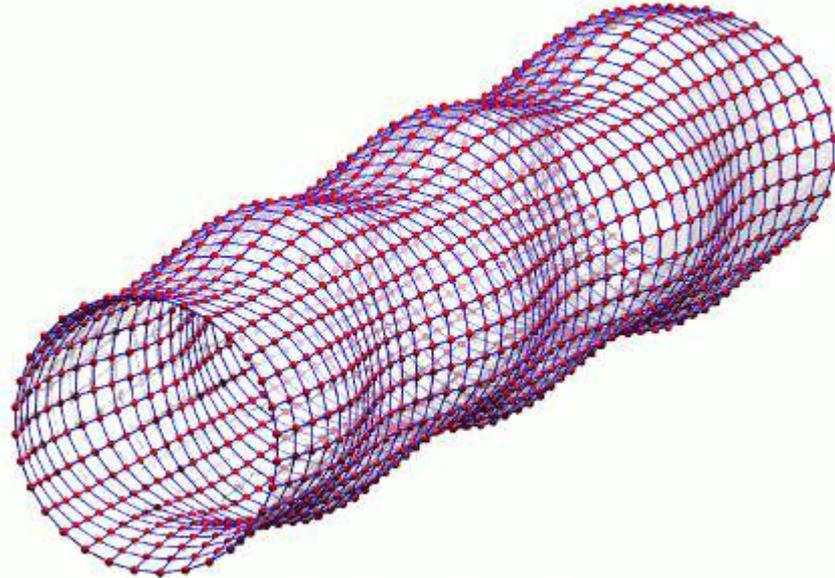
Polarisation en +.



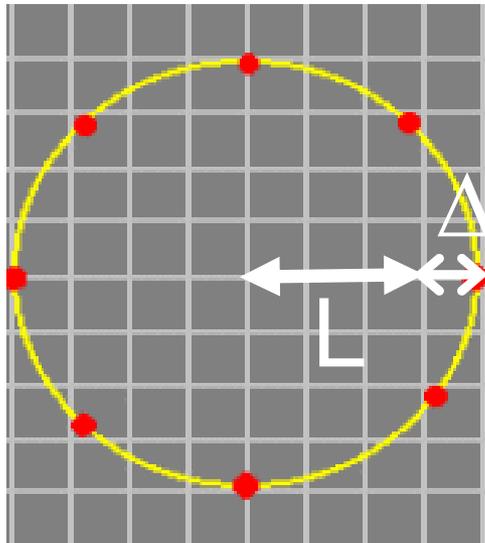
Polarisation en X.



Propagation d'une onde qui déforme l'espace.



www.einstein-online.info



$$h = \frac{\Delta L}{L}$$

COMMENT FAIRE DES ONDES GRAVITATIONNELLES?

secouer de la masse

L'électricité est forte: une bougie fait b'coup de lumière.

La gravitation est faible: on est léger sur la Lune.

Il faut secouer b'coup de masse très fort.



Deux objets lourds et denses qui tournent l'un autour de l'autre? EXCELLENT.



*Fiat lux? (que la lumière soit)
Accélérer des charges.*

Nota bene – très lourds, très denses.

Chiffrons un peu tout ça!

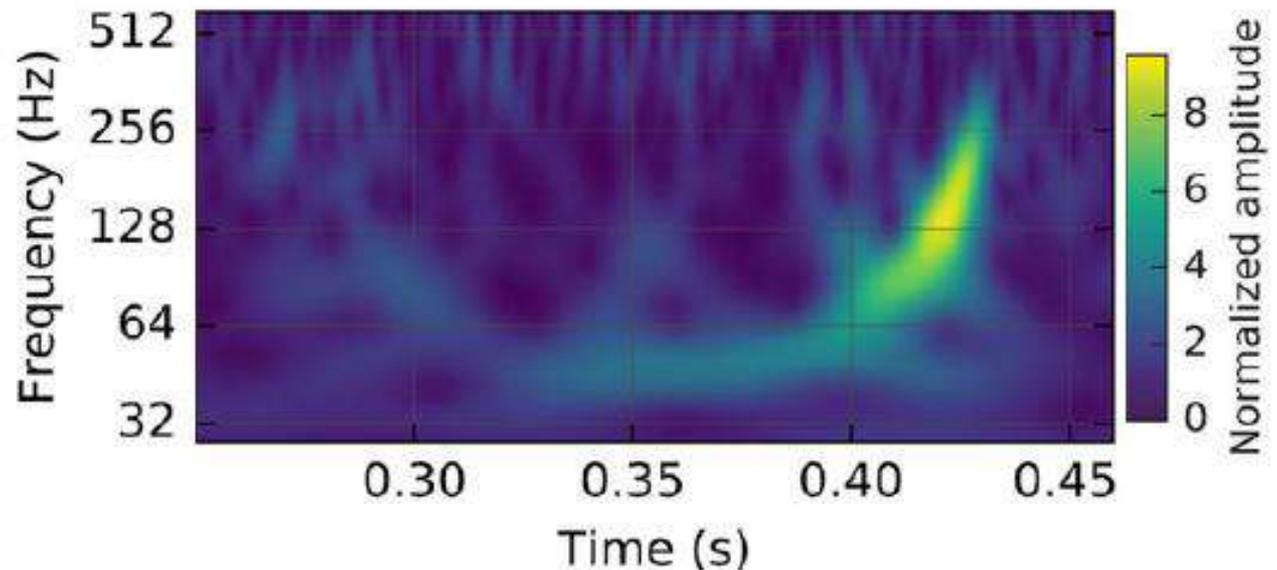
The basic physics of the binary black hole merger GW150914

Lecture fortement conseillée.

LIGO Scientific and VIRGO Collaborations^{*,**}

Calculs ‘*sur un coin de table*’ --

masses et distance à partir de ça:

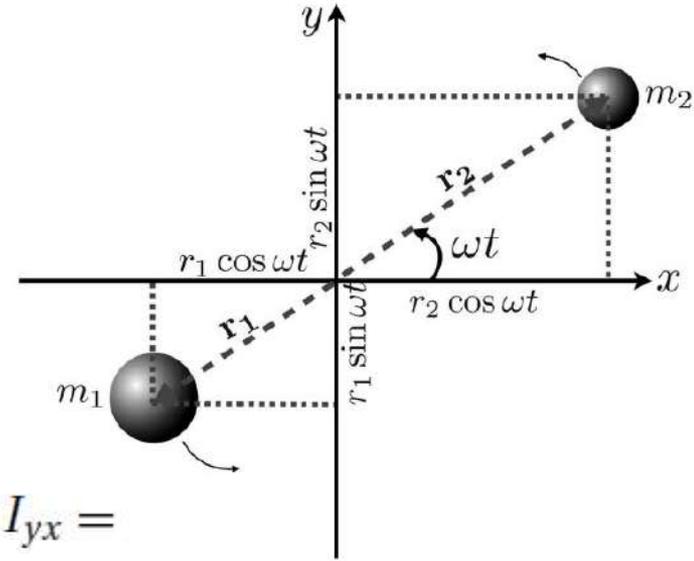


Determining the mass scale: Einstein found [17] that the gravitational wave strain h at a (luminosity) distance d_L from a system whose traceless mass quadrupole moment is Q_{ij} (defined in App. A) is

$$h_{ij} = \frac{2G}{c^4} \frac{d^2 Q_{ij}}{dt^2}, \quad (\text{Eq. 4})$$

$$Q_{ij}(t) = \frac{1}{2} \mu r^2 I_{ij} \quad (\text{Eq A3}\frac{1}{2}) \quad (\text{moments d'inertie})$$

where $I_{xx} = \cos(2\omega t) + \frac{1}{3}$, $I_{yy} = \frac{1}{3} - \cos(2\omega t)$, $I_{xy} = I_{yx} = \sin(2\omega t)$ and $I_{zz} = -\frac{2}{3}$.



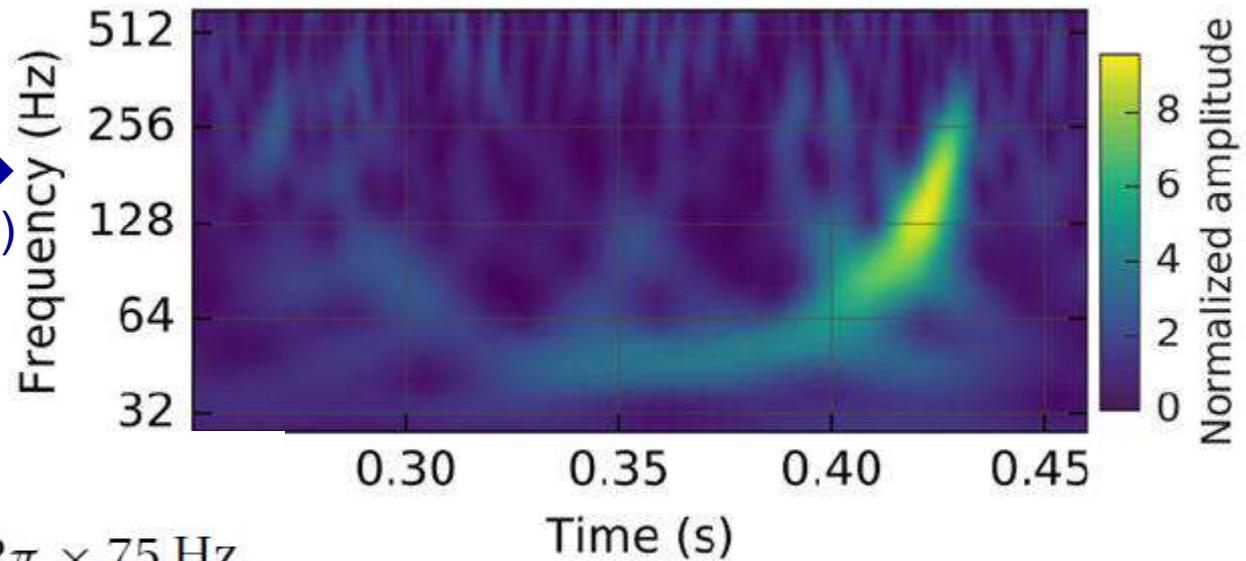
$$h \sim 4G\omega^2 \mu r^2 / c^4 d \quad (\text{petit!})$$

$$\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) = \frac{1}{2} \text{ pour } m_1 = m_2$$

$$h \sim 4G\omega^2\mu r^2/c^4d$$

$$f_{\text{GW}}|_{\text{max}} \sim 150 \text{ Hz},$$

(Eq. 2) →



$$\omega_{\text{Kep}}|_{\text{max}} = \frac{2\pi f_{\text{GW}}|_{\text{max}}}{2} = 2\pi \times 75 \text{ Hz}.$$

Deux ondes par orbite.

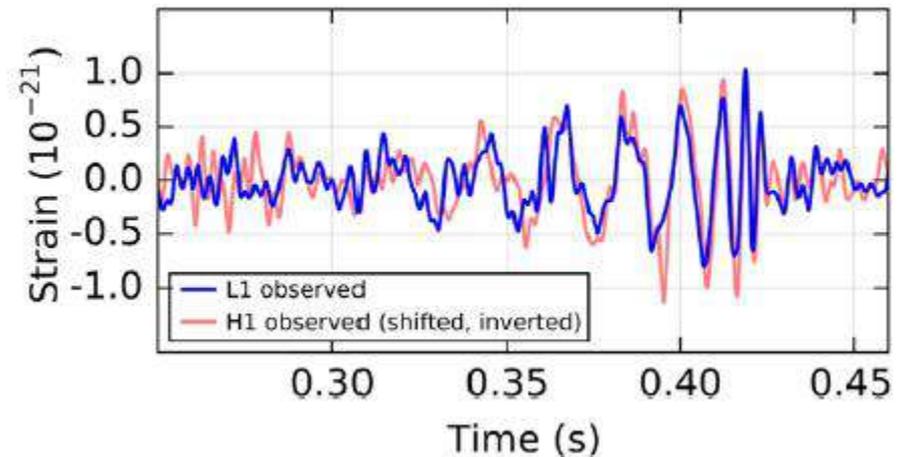
Prendre la fréquence maximum, à la coalescence.

(Eq. 3)

$\mu = \frac{1}{2}$ pour $m_1 = m_2 = 35 M_{\odot}$.

Avec $d = 400 \text{ Mpc}$, j'obtiens $h \sim 10^{-22}$.

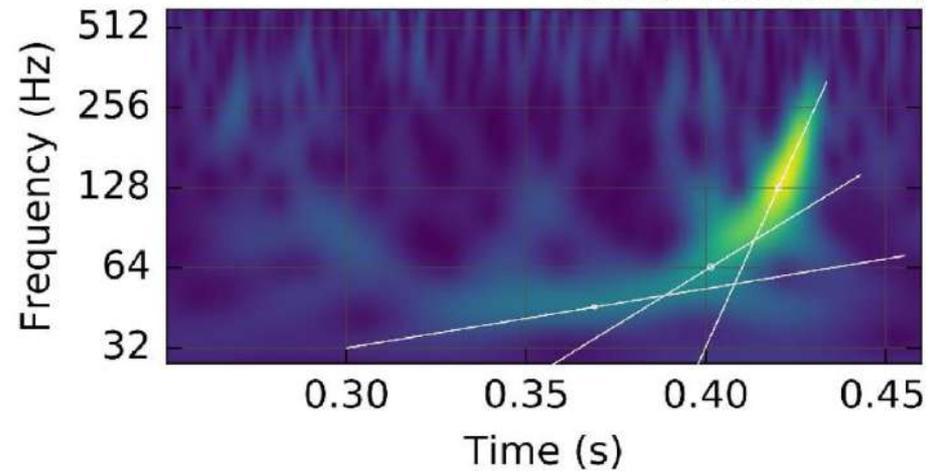
Peut mieux faire.



$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \frac{c^3}{16\pi G} \iint |\dot{h}|^2 dS = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \sum_{i,j=1}^3 \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3}, \quad (5)$$

$$\rightarrow \text{Eq A4, L} = \frac{d}{dt} E_{\text{GW}} = \frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \mu^2 r^4 \omega^6.$$

$$\rightarrow \text{Eq 8, } f_{\text{GW}}^{-8/3}(t) = \frac{(8\pi)^{8/3}}{5} \left(\frac{G\mathcal{M}}{c^3} \right)^{5/3} (t_c - t),$$



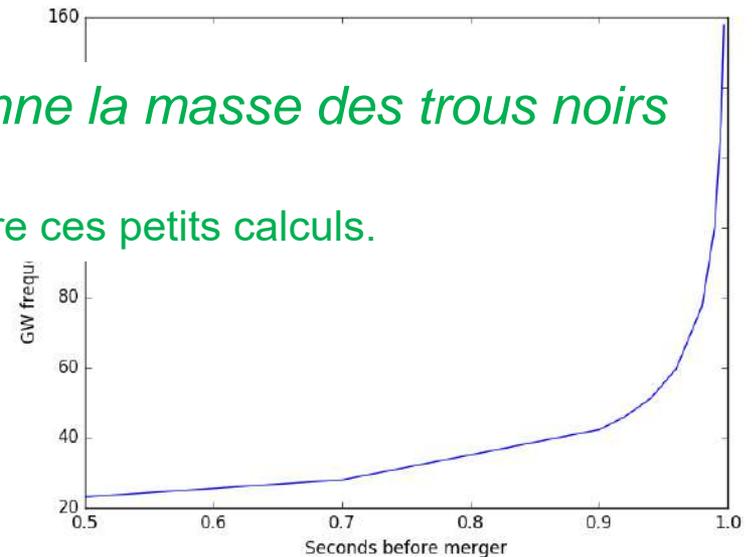
Une estimation grossière de f , df/dt donne la masse des trous noirs

Vous et moi sommes caps' de faire ces petits calculs.

the chirp mass, \mathcal{M} , is

$$\mathcal{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}.$$

```
print "Chirp: "
t = [0.5, 0.3, 0.1, 0.08, 0.06, 0.04, 0.02, 0.01, 0.005, 0.003]
f = []
for T in t:
    fGW = np.power(5., 3./8.)/8./3.1415 * np.power(c*c*c/G/Mchirp, 5./8.) * np.power(T, -3./8.) # Eq. 8, inverted
    print "%f"%fGW
    f.append(fGW)
t = np.subtract(1., t)
plt.plot(t,f)
plt.xlabel('Seconds before merger')
plt.ylabel('GW frequency (Hz)')
plt.show()
```



Écoutons les « chirps* » (les 'pépiements') !



14 septembre 2015



26 décembre 2015

Pourquoi croire que ce sont des 'objets compacts'?
= trous noir, ou étoiles à neutrons.

Réponse: la physique classique des orbites.

Around the time of peak amplitude the bodies therefore had an orbital separation R given by

$$R = \left(\frac{GM}{\omega_{\text{Kep}}^2|_{\text{max}}} \right)^{1/3} = 350 \text{ km.} \quad (9)$$

$$\omega_{\text{Kep}}|_{\text{max}} = \frac{2\pi f_{\text{GW}}|_{\text{max}}}{2} = 2\pi \times 75 \text{ Hz.}$$

Deux ondes par orbite.
Valeur juste avant la coalescence.
(Eq. 3)

Compared to normal length scales for stars, this is a *tiny* value. This constrains the objects to be exceedingly

Naine blanche: $R \sim 10^4$ km.

Donc, M/R plus grand.

Estimer la luminosité de la fusion des trous noirs.

L'article propose deux façons de le faire. En voici une:

Soit $E_{\text{initiale}}^{\text{orb}} = 0$ l'énergie orbitale de la paire quand la séparation est grande.

Soit $E_{\text{finale}}^{\text{orb}}$ l'énergie orbitale quand la fusion démarre.

(la partie croissante de l'oscillation s'arrête, $f=150$ Hz, $R=350$ km).

Alors,

$$E_{\text{GW}} = E_{\text{orb}}^{\text{i}} - E_{\text{orb}}^{\text{f}} = 0 - \left(-\frac{GM\mu}{2R} \right) \sim 3 M_{\odot} c^2. \quad (23)$$

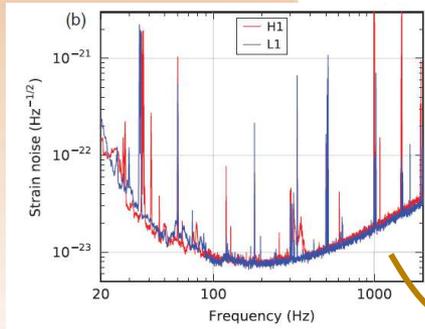
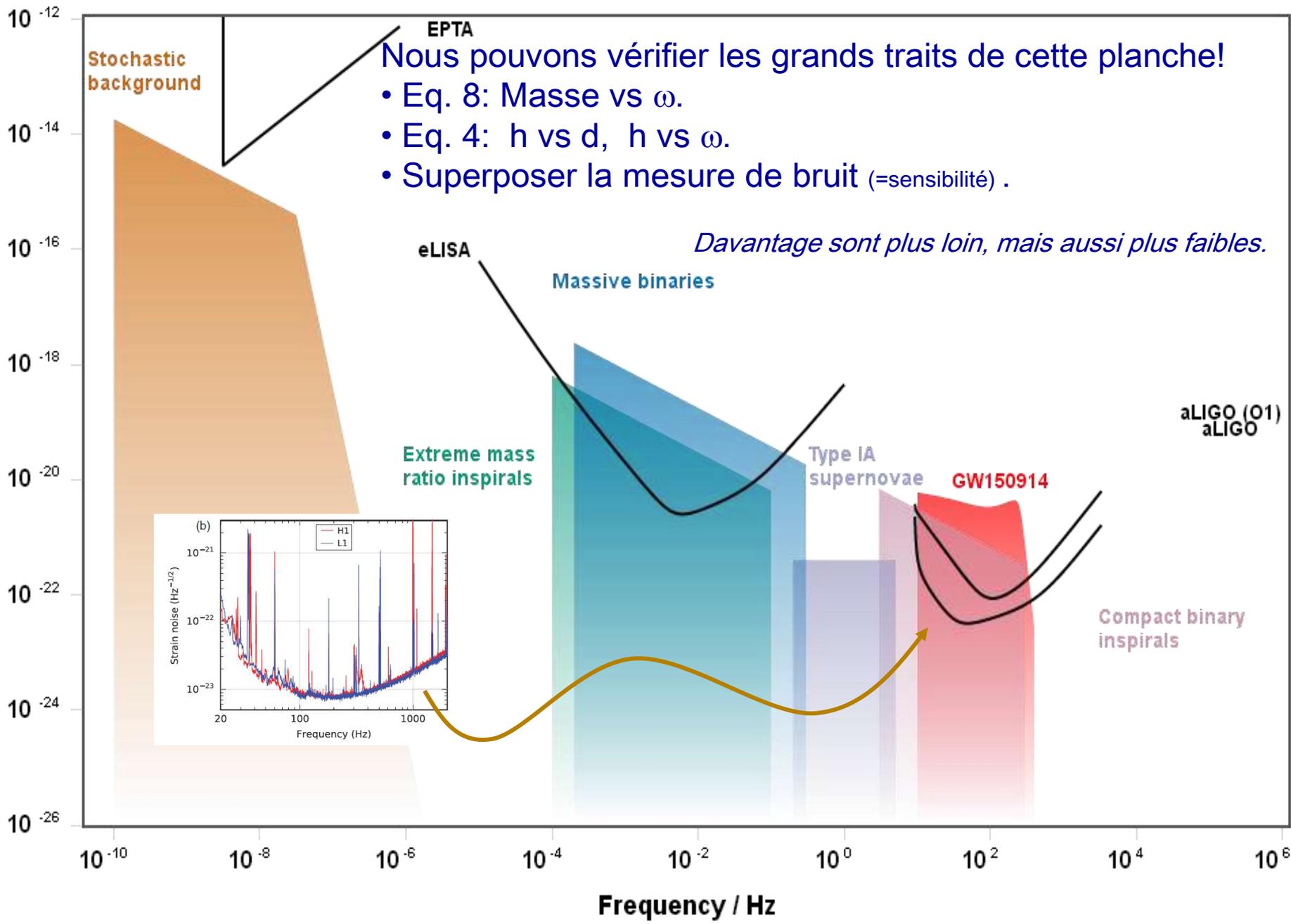
$$R = \left(\frac{GM}{\omega_{\text{Kep}}^2|_{\text{max}}} \right)^{1/3} = 350 \text{ km.} \quad (\omega = 2\pi f.) \quad (9)$$

EPTA
 Nous pouvons vérifier les grands traits de cette planche!

- Eq. 8: Masse vs ω .
- Eq. 4: h vs d, h vs ω .
- Superposer la mesure de bruit (=sensibilité) .

Davantage sont plus loin, mais aussi plus faibles.

Characteristic Strain



aLIGO (O1)
aLIGO

Compact binary
inspirals

GW150914

Type IA
supernovae

Massive binaries

Extreme mass
ratio inspirals

EPTA

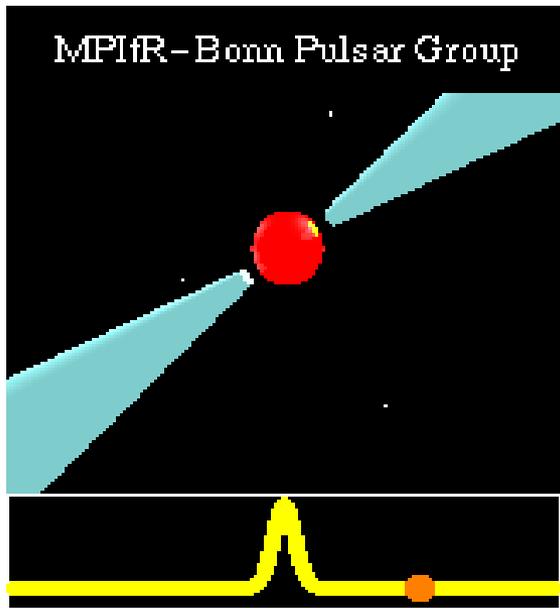
eLISA

Stochastic
background

Frequency / Hz

-- *Ce matin* --

- Rappel sur les fusions de trous noirs
- Aperçu des détecteurs
- Calculs simplifiés
- **Fusion d'étoiles à neutrons:**
Ondes gravitationnelles d'un sursaut gamma!

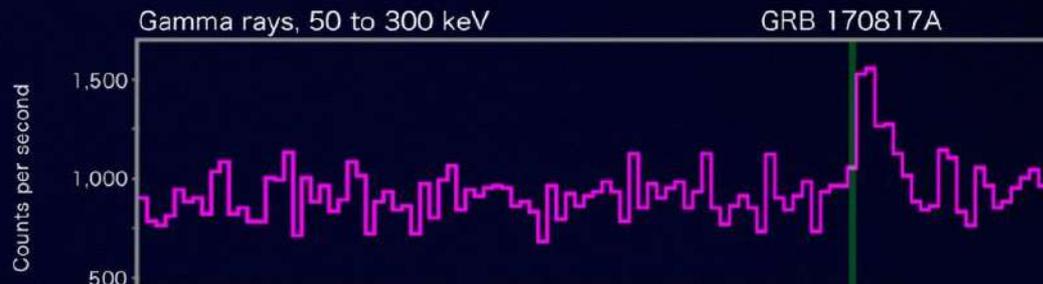


I ♥ pulsars = étoiles à neutrons en rotation

GRB 170817A/GW 170817

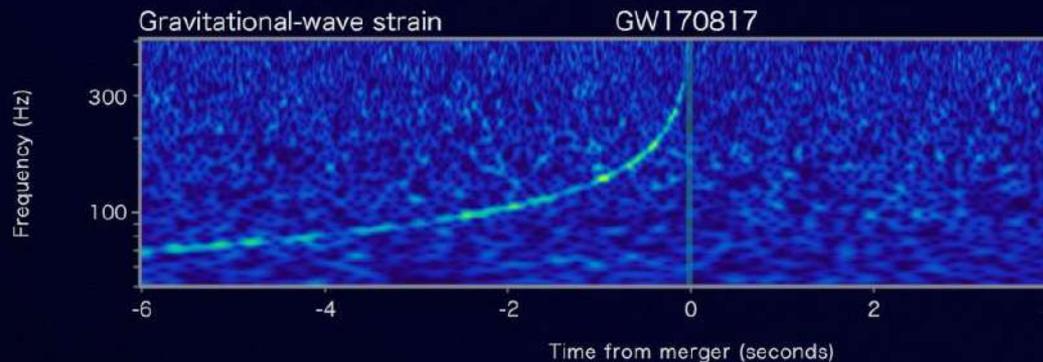
Fermi

Reported 16 seconds after detection



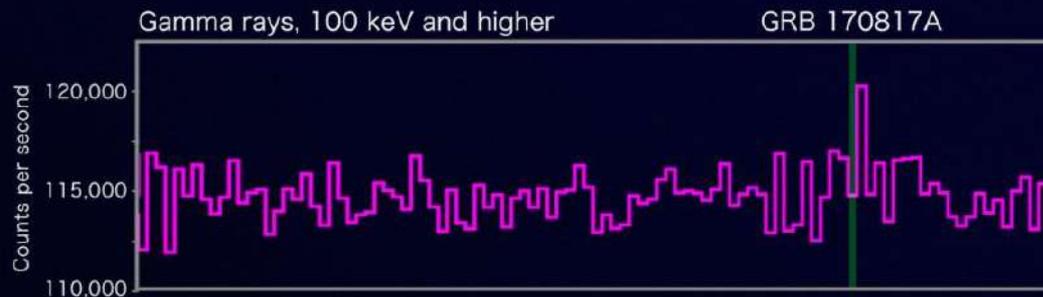
LIGO-Virgo

Reported 27 minutes after detection



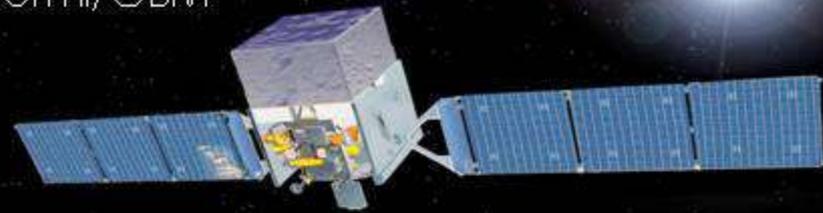
INTEGRAL

Reported 66 minutes after detection



Le 17 août 2017 – 12:41

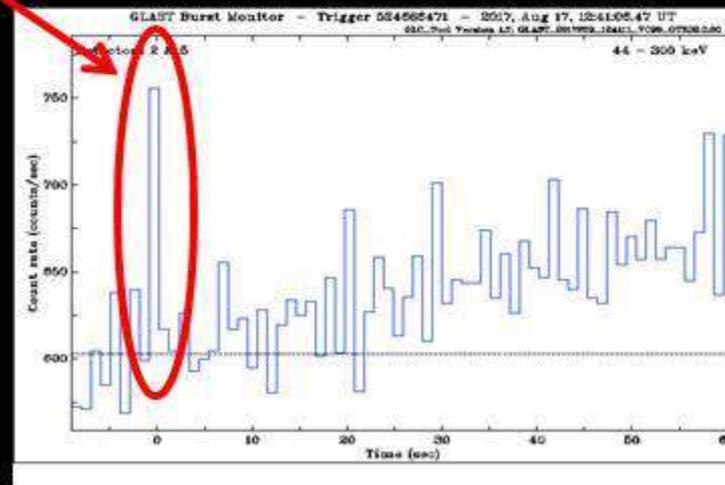
Fermi/GBM



```
////////////////////////////////////
TITLE:      GCN/FERMI NOTICE NOTICE_DATE:  Thu 17 Aug 17 12:41:20 UT
NOTICE_TYPE: Fermi-GBM Alert RECORD_NUM:    1
TRIGGER_NUM: 524666471
GRB_DATE:   17982 TJD; 229 DOY; 17/08/17
GRB_TIME:   45666.47 SOB {12:41:06.47} UT
TRIGGER_SIGNIF: 4.8 [sigma]
TRIGGER_DUR: 0.255 [sec]
E_RANGE:    3-4 [chan] 47-291 [keV]
...
COMMENTS:   Fermi-GBM Trigger Alert.
COMMENTS:   This trigger occurred at longitude,latitude = 321.53,3.90 [deg].  COMMENTS:   The LC_URL file will not be
created until ~15 min after the trigger.
////////////////////////////////////
```

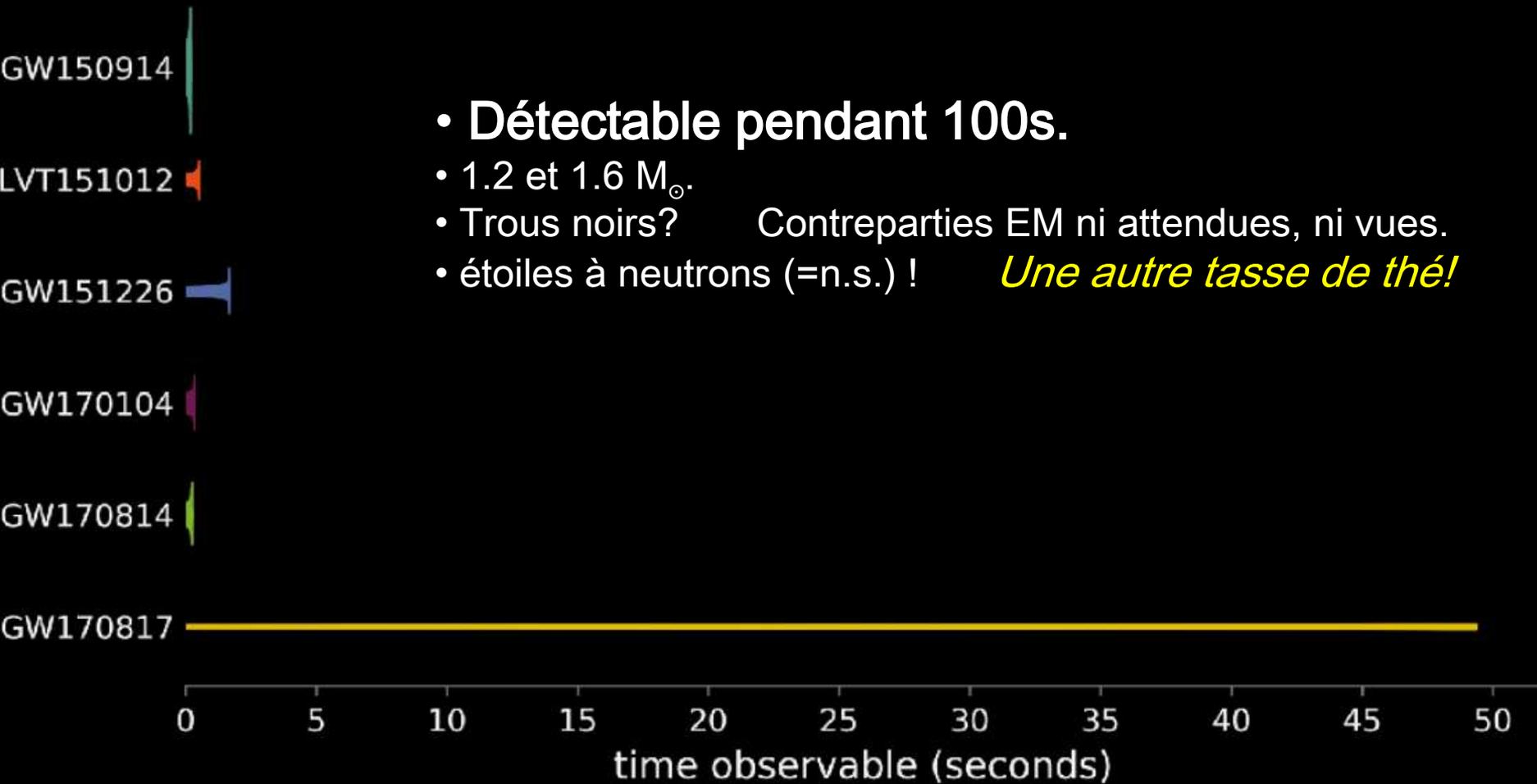
GRB 170817A

Un sursaut gamma
court très faible ...

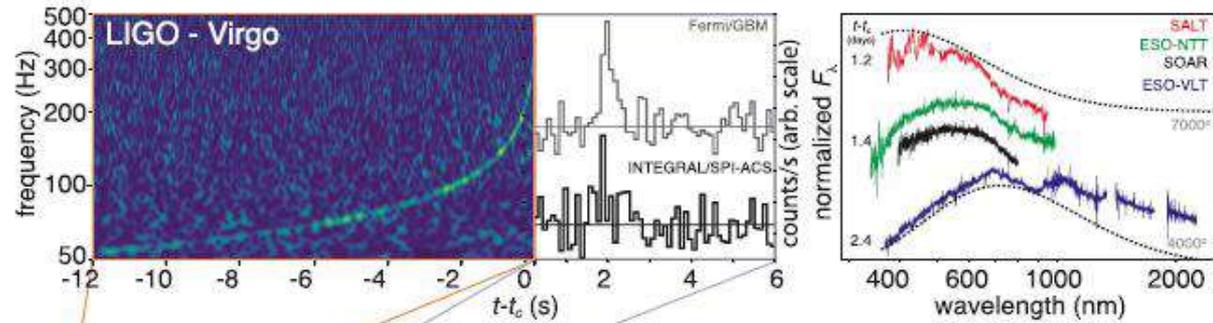




Les petites masses: signaux plus faibles, mais qui durent plus longtemps.



- **Détectable pendant 100s.**
- 1.2 et 1.6 M_{\odot} .
- Trous noirs? Contreparties EM ni attendues, ni vues.
- étoiles à neutrons (=n.s.) ! *Une autre tasse de thé!*

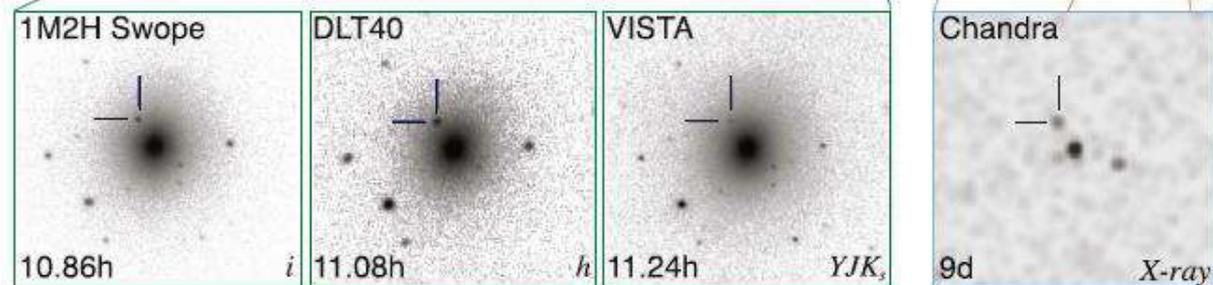
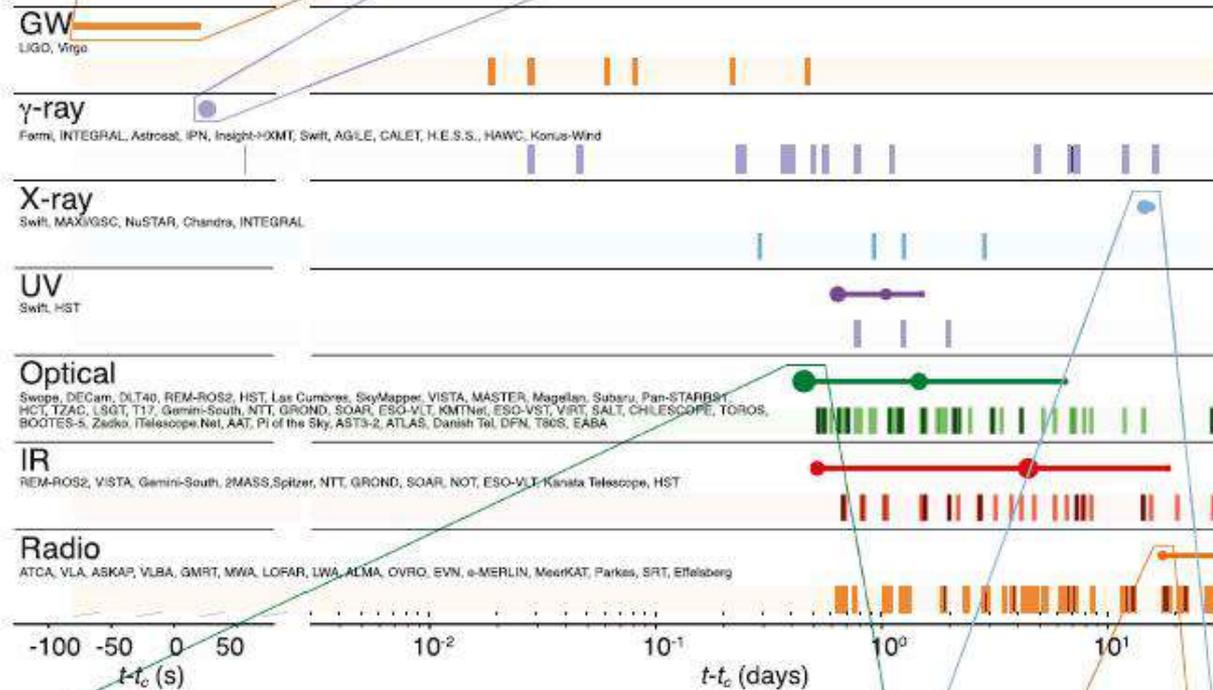


GRB: 1.7s après GW.

Optique: ½ jour.

Rayons X: 9 jours.

Radio: 2 semaines.



L'animation est une compilation de phénomènes observés pendant les 9 jours après la fusion d'étoiles à neutrons connue sous le nom de GW170817.

Les arcs pales – ondes gravitationnelles.

Magenta – le jet proche de la vitesse de la lumière qui a produit les rayons gamma.

Violet, bleu-blanc à rouge – débris du kilonova en expansion, brillant en ultraviolet.

Bleu – les rayons X, lorsque l'expansion du jet a fait qu'ils se dirigeaient vers la Terre.

Credit: NASA's Goddard Space Flight Center/CI Lab

This animation captures phenomena observed over the course of nine days following the neutron star merger known as GW170817.

They include gravitational waves (pale arcs), a near-light-speed jet that produced gamma rays (magenta), expanding debris from a kilonova that produced ultraviolet (violet), optical and infrared (blue-white to red) emission, and, once the jet directed toward us expanded into our view from Earth, X-rays (blue).

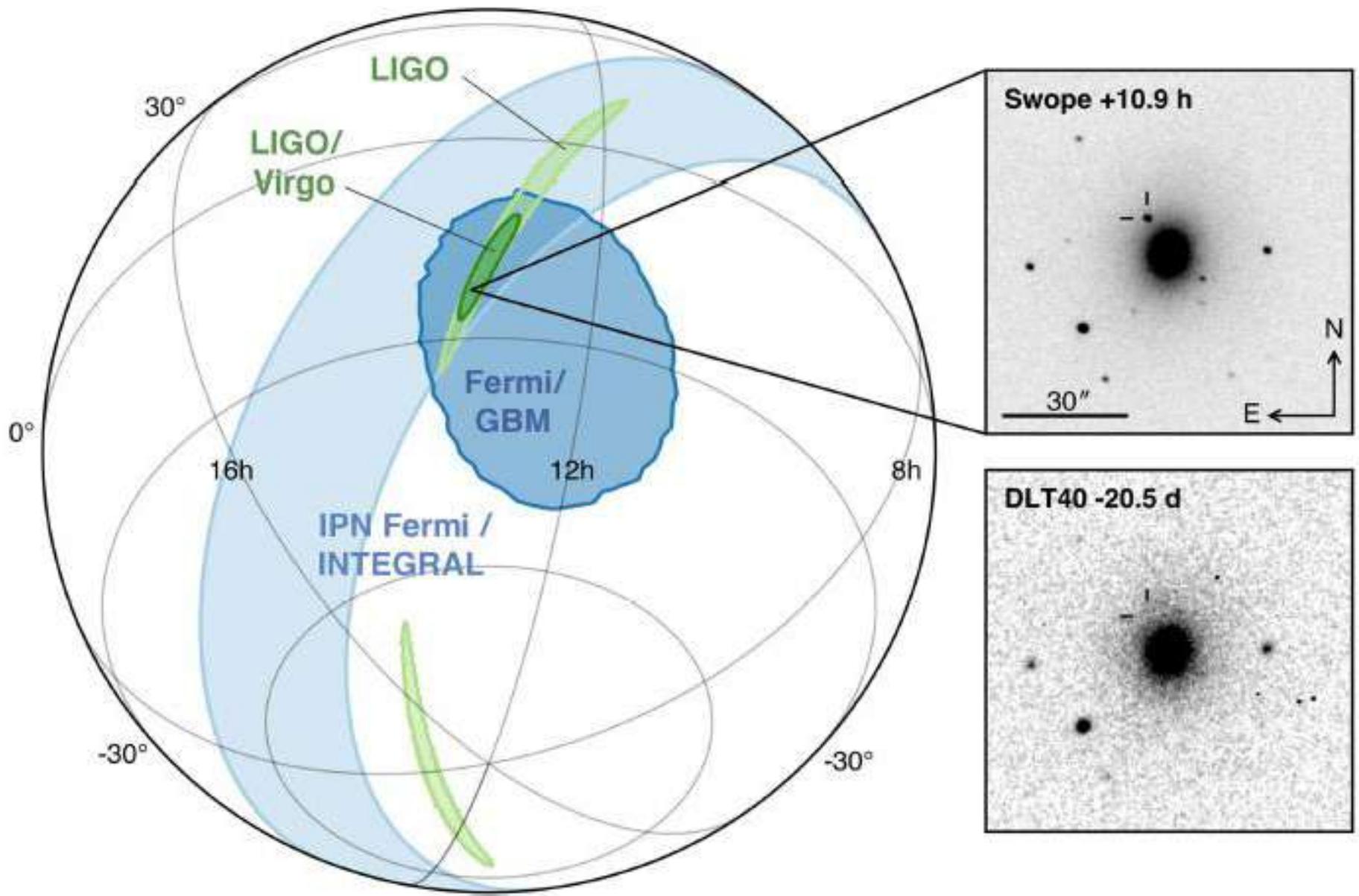
Credit: NASA's Goddard Space Flight Center/CI Lab

Transient dans la galaxie NGC
4993 (Hydra, d=40 Mpc).
130 millions d'années lumière

Découvert avec le télescope
Swope en Chili, puis suivi avec
le télescope spatial Hubble.

Sa décroissance est celle
attendue d'un kilonova





50 galaxies dans la boîte d'erreur.
 Les observations ont démarré ~10h après le sursaut.

On a appris –

- Que des GRBs courts (sursauts γ) viennent de la fusion d'étoiles à neutrons.

Enigme depuis 1967.

- D'où viennent les éléments

Hypothèse de *kilonova* confirmée.

- Que la gravitation et la lumière ont la même vitesse
- Sur la vitesse d'expansion de l'Univers (H_0 , vitesse de Hubble)
- Sur la structure des noyaux d'atomes

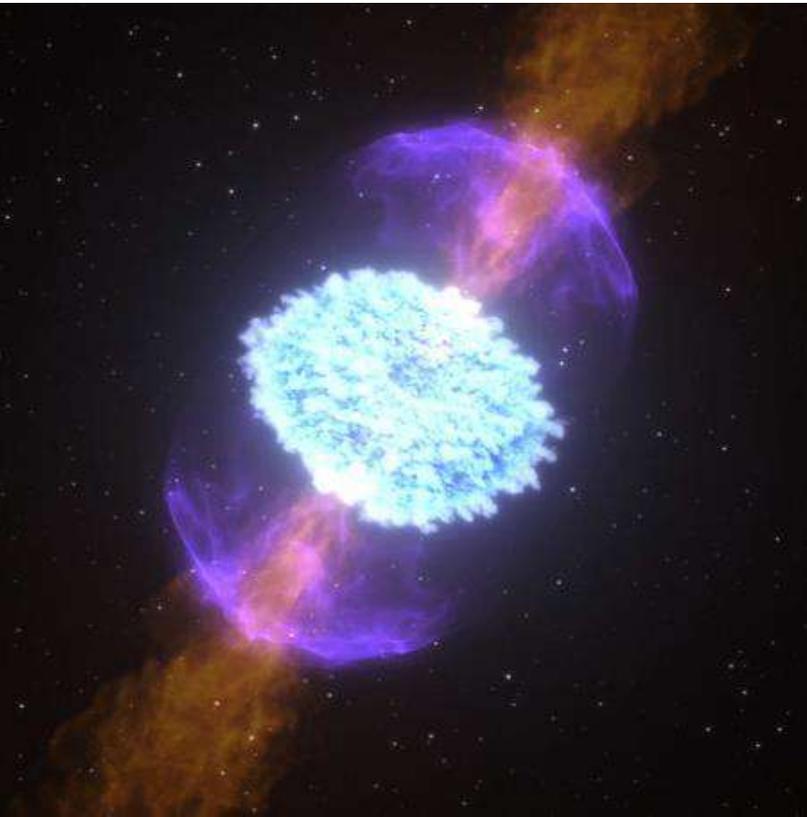
- **Grand angle par rapport entre la ligne de visée et le jet, d'où la faible luminosité du sursaut gamma.**
- **Résidu final: étoile à neutrons ou trou noir? On ne sait pas.**
- **100 masses terrestres d'Au!**

« Kilonova »: 1000 x plus lumineux qu'une nova, terme inventé en 2010.

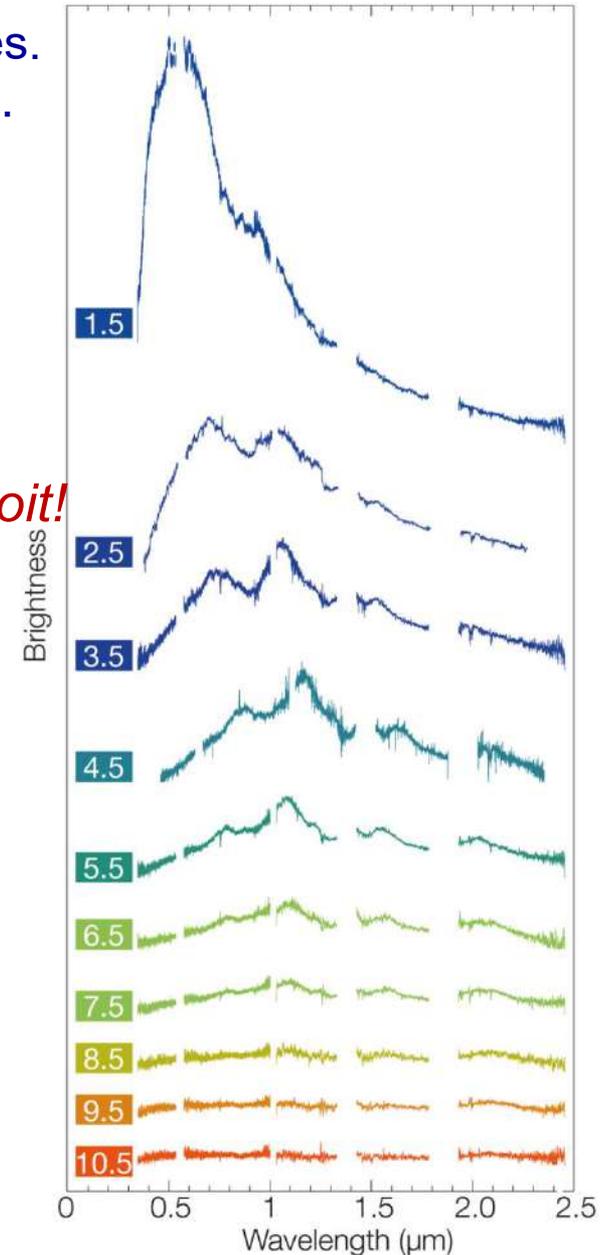
Les éléments jusqu'au fer créés dans les étoiles massives.
Et le reste? Finalement, les supernovae ne suffisent pas.

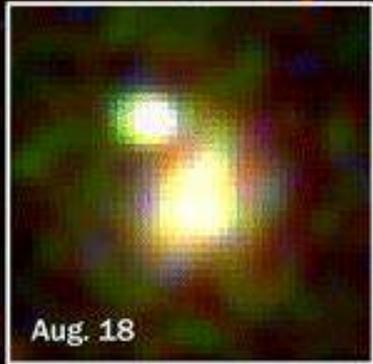
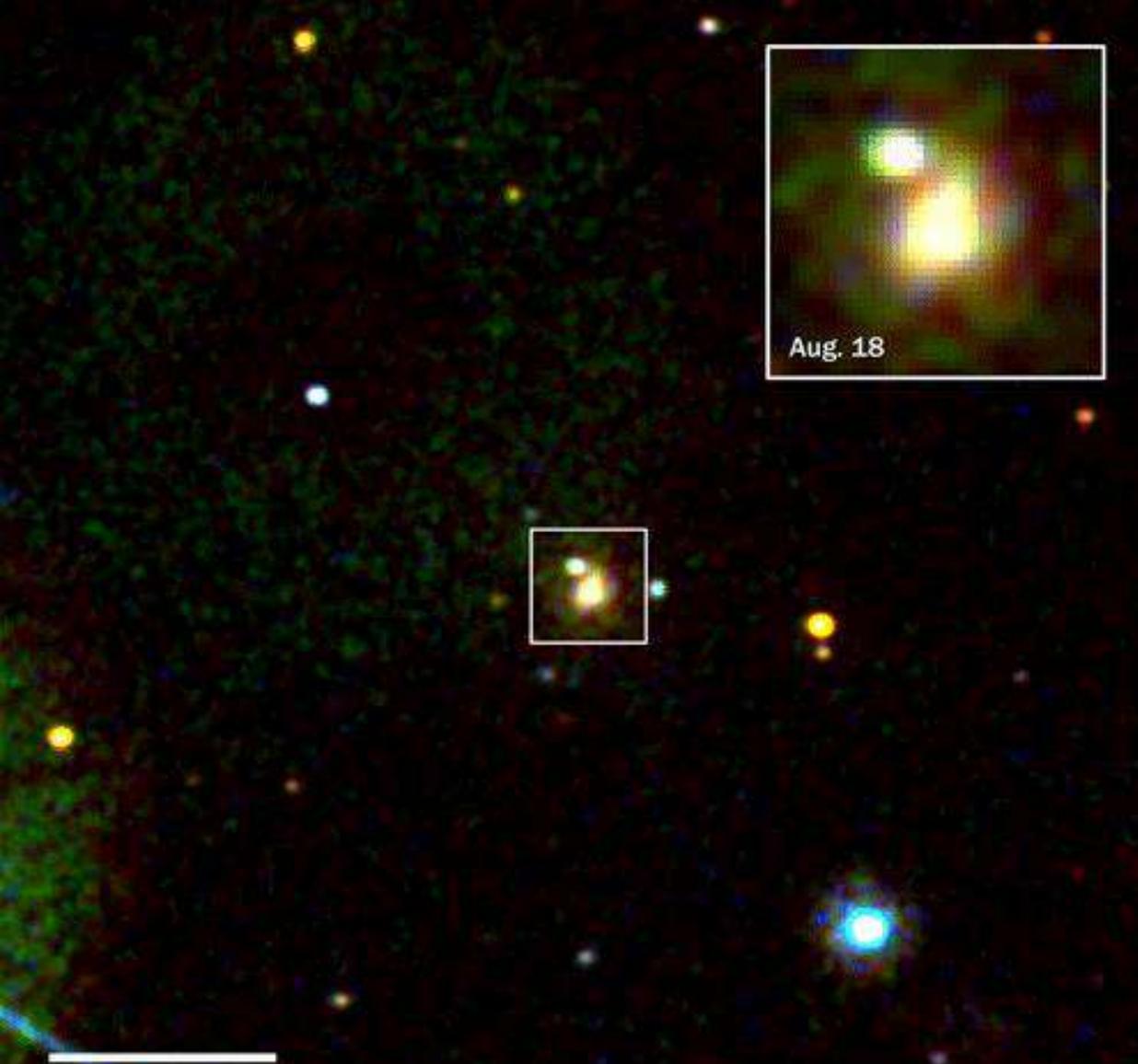
Théorie: alors, dans les sursauts courts!

Prédiction: spectres dominés par la radioactivité des éléments créés en abondance.

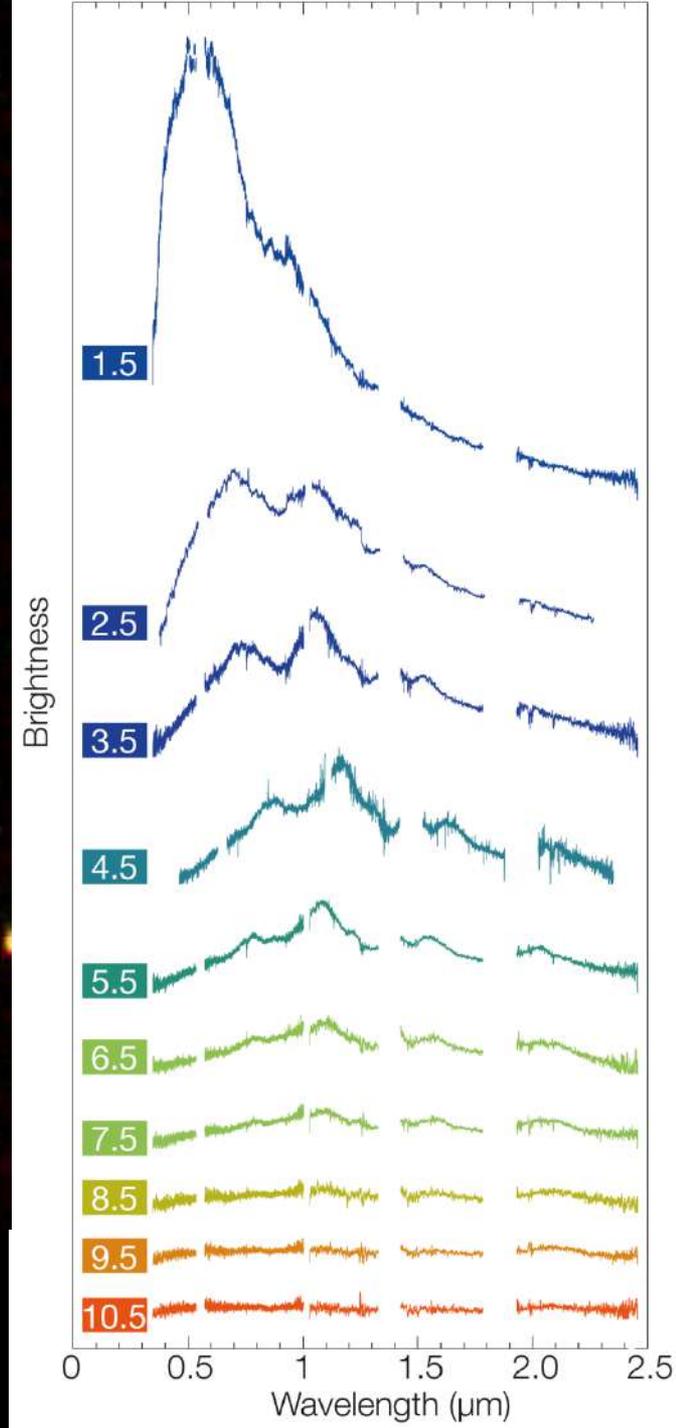


C'est ce qu'on voit!



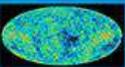


1 arcminute
Swift's Ultraviolet/Optical Telescope imaged the kilonova produced by merging neutron stars in the galaxy NGC 4993 (box) on Aug. 18, 2017, about 15 hours after gravitational waves and the gamma-ray burst were detected. The source was unexpectedly bright in ultraviolet light. It faded rapidly and was undetectable in UV when Swift looked again on Aug. 29. This false-color composite combines images taken through three ultraviolet filters. Inset: Magnified views of the galaxy.



Processus astrophysiques à l'origine des éléments chimiques

Tableau périodique adapté de Mendelév

1 H	Big Bang Fusion 						Rayons cosmiques Spallation, fission 						2 He						
3 Li	4 Be	Etoiles neutrons Merge, processus r 						Supernovae Explosion d'étoiles massives 						5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg	Etoiles peu massives Fusion, processus s 						Novae Explosion de naines blanches 						13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr		
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe		
55 Cs	56 Ba	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn			
87 Fr	88 Ra																		
		57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu			
		89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U														

Perspectives

- O3 démarrera début 2019. *Une détection par semaine?*
- KAGRA, au japon, l'année d'après. *INDIGO en Inde en 2024?*
- A plus basses fréquences:
 - eLisa dans l'espace, chronométrie de **pulsars**.
 - à Bordeaux: MIGA large scale atom interferometer.
- Les sujets abordés ici, et moult autres, seront approfondis.

~~Fin~~ **Début**

J'ai pioché dans les planches/idées de
Bruce Allen, Annalisa Allocca, Ismaël Cognard, Frédéric Daigne, Fabien Kefelian, Benoit Lott

Pour un auditoire français je conseille particulièrement le vidéo de la conférence de
Frédéric Daigne (Institut d'Astrophysique de Paris), janvier 2018,
http://www.iap.fr/conferences_publicues/

Planches en reserve

J'ai pioché dans les planches/idées de
Bruce Allen, Annalisa Allocca, Ismaël Cognard,
Frédéric Daigne, Fabien Kefelian, Benoit Lott

Pour un auditoire français je conseille particulièrement le video de la conference de
Frédéric Daigne (Institut d'Astrophysique de Paris), janvier 2018,
http://www.iap.fr/conferences_publicques/

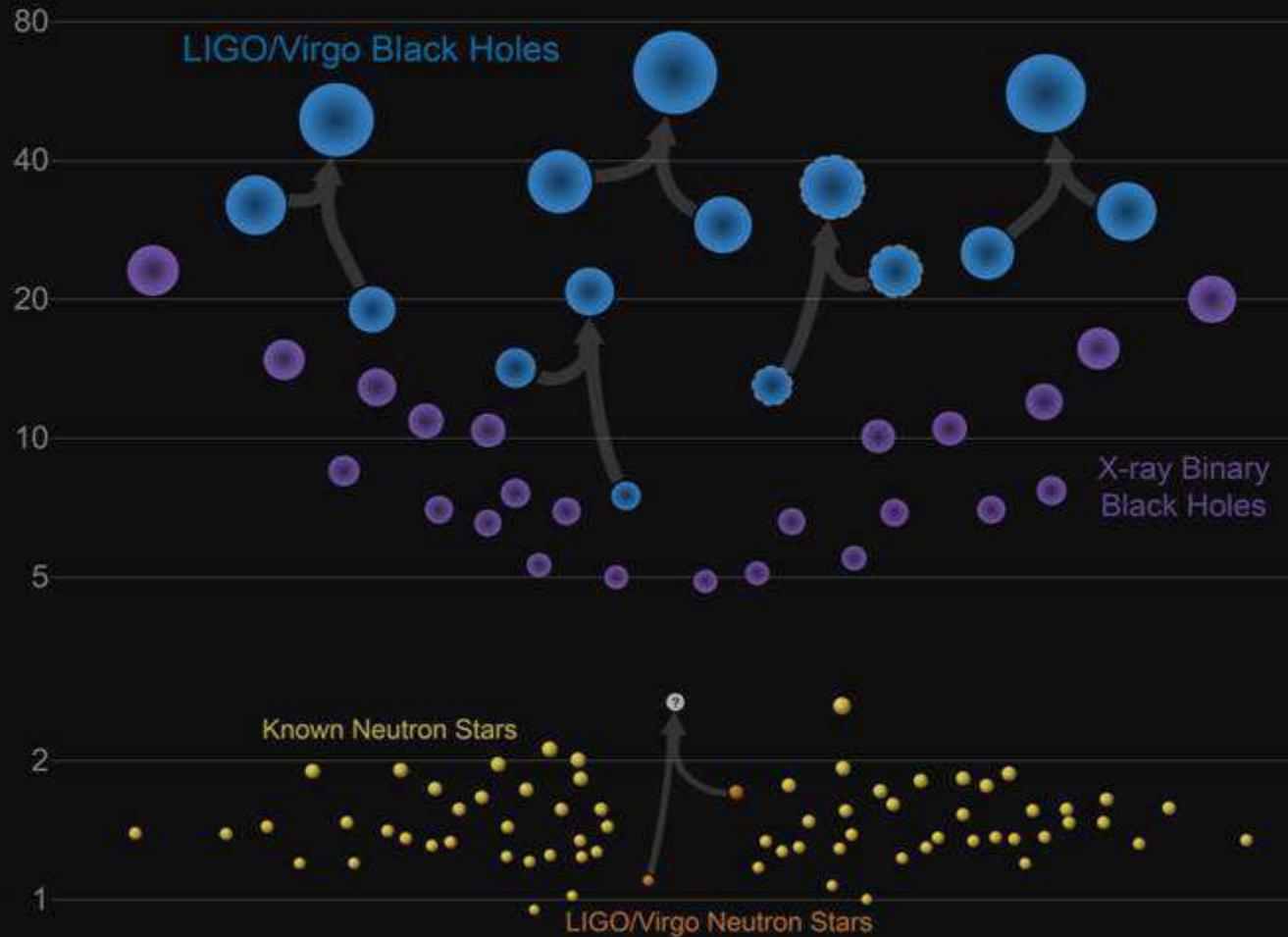
Conclusion : une nouvelle astronomie à plusieurs messagers

L'événement du 17 août 2017 correspond à

- la première détection d'une fusion d'étoiles à neutrons en ondes grav.
- la première découverte de la contrepartie lumineuse d'ondes gravitationnelles.
- la première détection directe sursaut gamma-coalescence d'étoiles à neutrons
- la première détection ferme d'une kilonova, avec l'identification d'un site astrophysique pour la synthèse d'éléments lourds.
- les premiers tests de la relativité générale et de la gravitation combinant ondes gravitationnelles et lumière.
- la première contrainte sur la constante de Hubble obtenue avec une « sirène standard » gravitationnelle.
- etc.

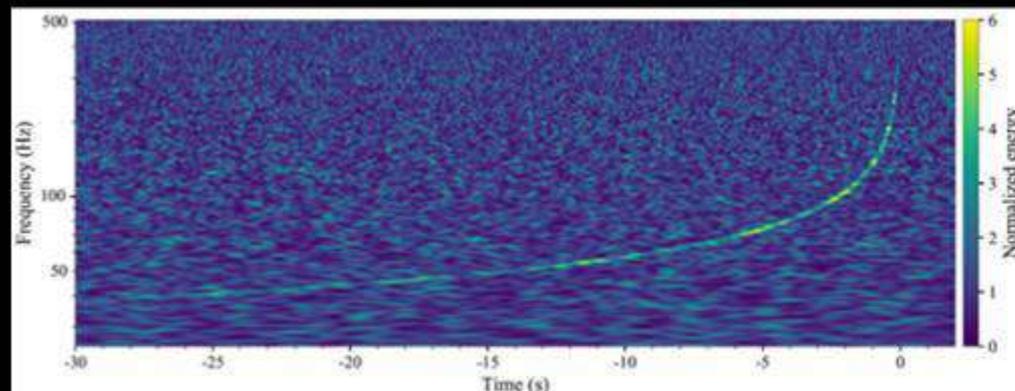
Masses in the Stellar Graveyard

in Solar Masses



Signal gravitationnel

- Phase spirante BNS détectée pendant ~ 100 s



- Analyse préliminaire : NS+NS, masse totale = $2.7\text{-}2.8 M_{\odot}$

TABLE I. Source properties for GW170817: we give ranges encompassing the 90% credible intervals for different assumptions of the waveform model to bound systematic uncertainty. The mass values are quoted in the frame of the source, accounting for uncertainty in the source redshift.

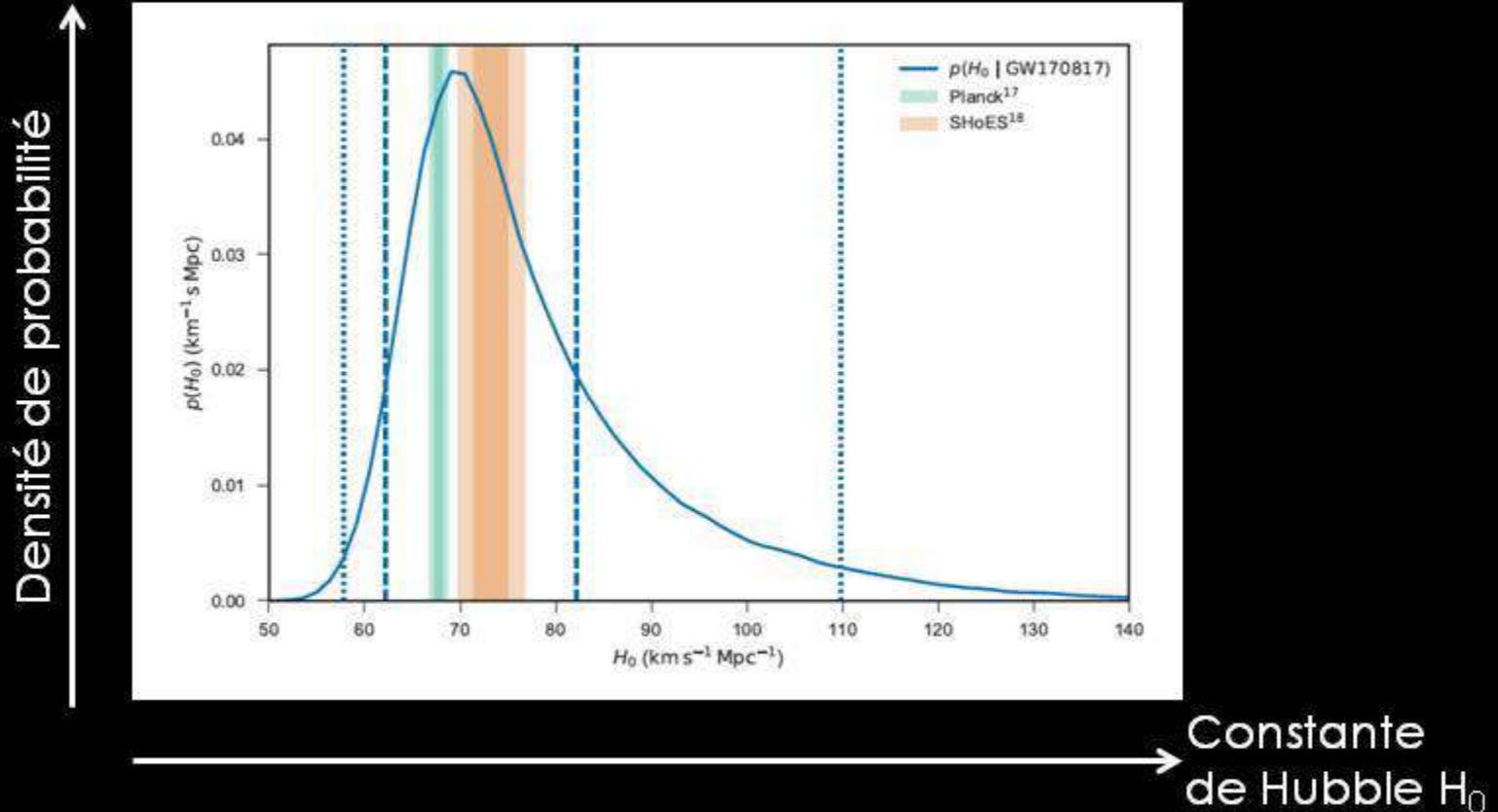
	Low-spin priors ($ \chi \leq 0.05$)	High-spin priors ($ \chi \leq 0.89$)
Primary mass m_1	$1.36\text{--}1.60 M_{\odot}$	$1.36\text{--}2.26 M_{\odot}$
Secondary mass m_2	$1.17\text{--}1.36 M_{\odot}$	$0.86\text{--}1.36 M_{\odot}$
Chirp mass \mathcal{M}	$1.188^{+0.004}_{-0.002} M_{\odot}$	$1.188^{+0.004}_{-0.002} M_{\odot}$
Mass ratio m_2/m_1	$0.7\text{--}1.0$	$0.4\text{--}1.0$
Total mass m_{tot}	$2.74^{+0.04}_{-0.01} M_{\odot}$	$2.82^{+0.47}_{-0.09} M_{\odot}$
Radiated energy E_{rad}	$> 0.025 M_{\odot} c^2$	$> 0.025 M_{\odot} c^2$
Luminosity distance D_L	40^{+8}_{-14} Mpc	40^{+8}_{-14} Mpc
Viewing angle Θ	$\leq 55^{\circ}$	$\leq 56^{\circ}$
Using NGC 4993 location	$\leq 28^{\circ}$	$\leq 28^{\circ}$
Combined dimensionless tidal deformability $\tilde{\Lambda}$	≤ 800	≤ 700
Dimensionless tidal deformability $\Lambda(1.4M_{\odot})$	≤ 800	≤ 1400

OG+galaxie: constante de Hubble

$$D_{\text{GW}} = 43.8_{-6.9}^{+2.9} \text{ Mpc}$$

$$D_{\text{NGC4993,TF}} = 41.1 \pm 5.8 \text{ Mpc}$$

- GW : distance ; galaxie : redshift
(mais distance faible : mouvement propre ~10% vitesse de récession)



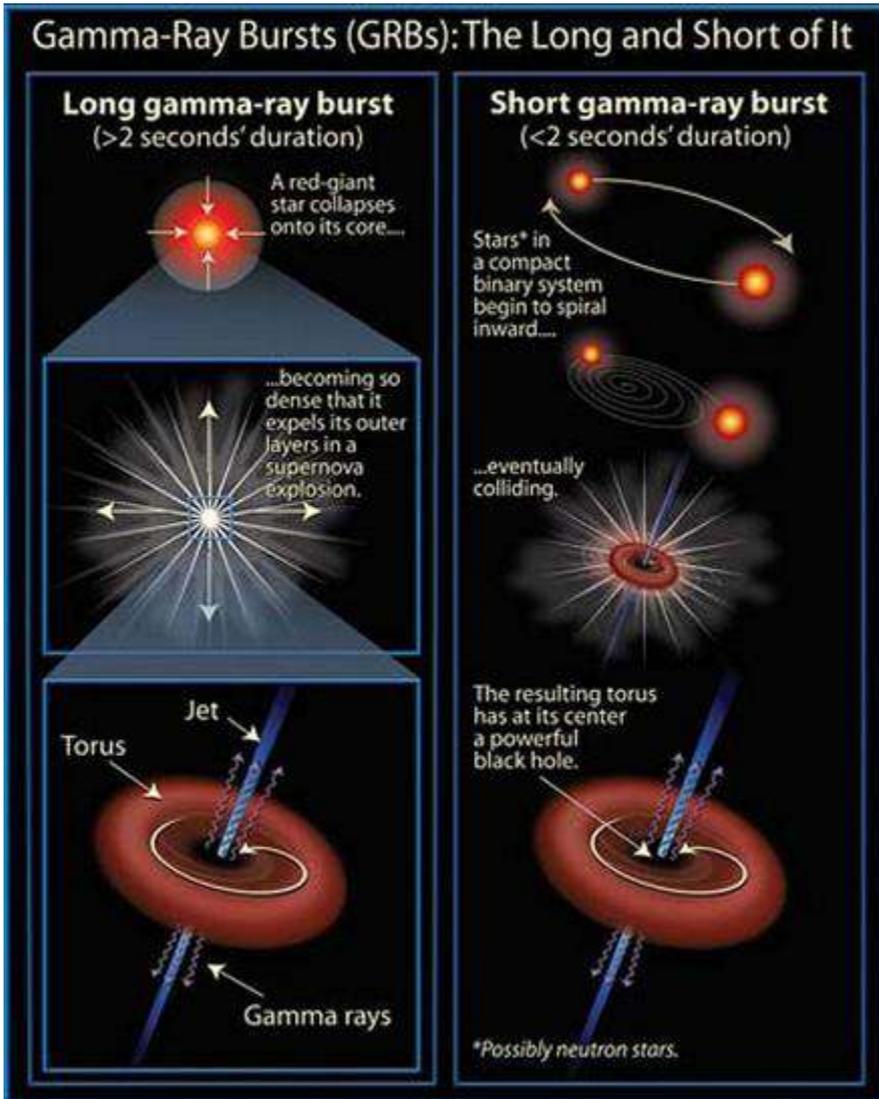
$$H_0 = 70.0_{-8.0}^{+12.0} \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$$

Rappel: les **sursauts gamma** (= GRB = gamma-ray bursts)

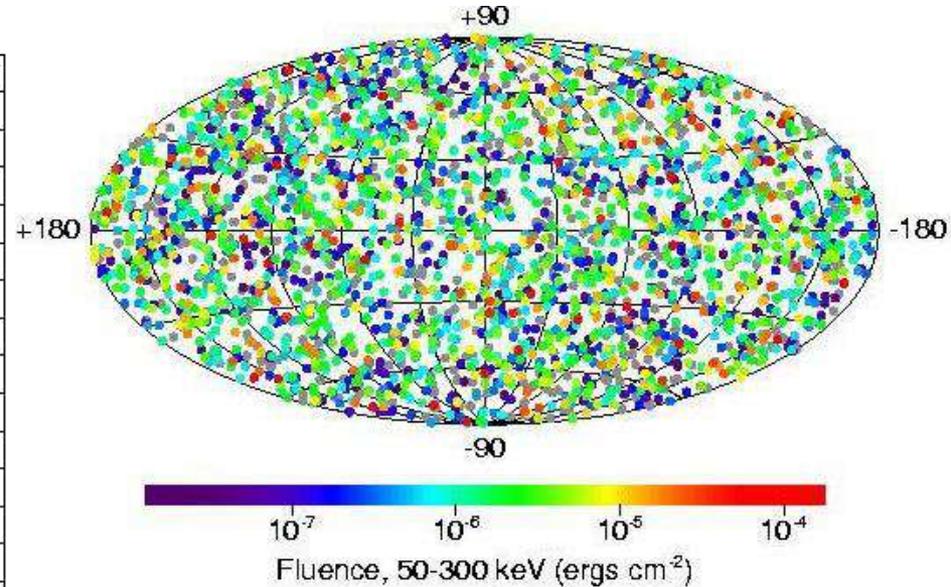
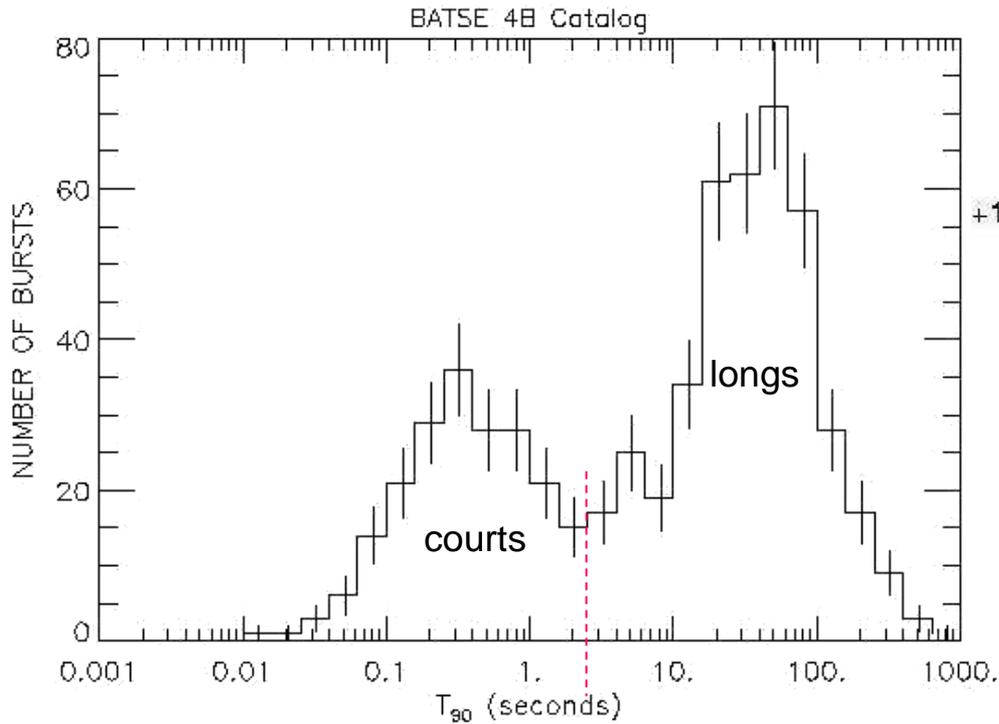
- En 1967, la US Air Force a découvert des ‘flashes’ quotidiens de gammas célestes.
- Longtemps mystérieux.
- Des cataclysmes dans des galaxies très lointaines.

$E = mc^2$, avec $m > M_{\odot}$

- Brièvement plus lumineux que la galaxie hôte.
- VIRGO/LIGO cherchait la fusion d'étoiles à neutrons binaires quand ils ont vu celle de deux trous noirs.

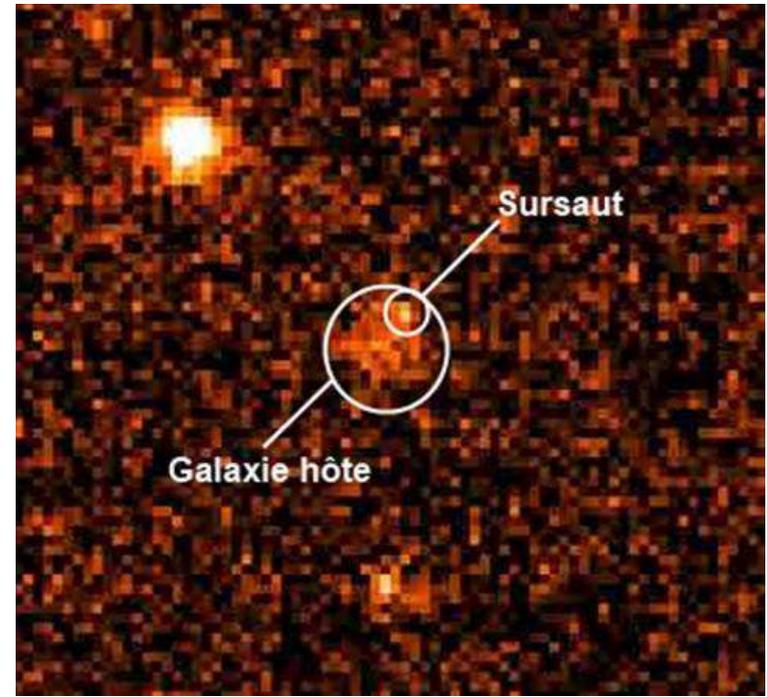


Sursauts gamma

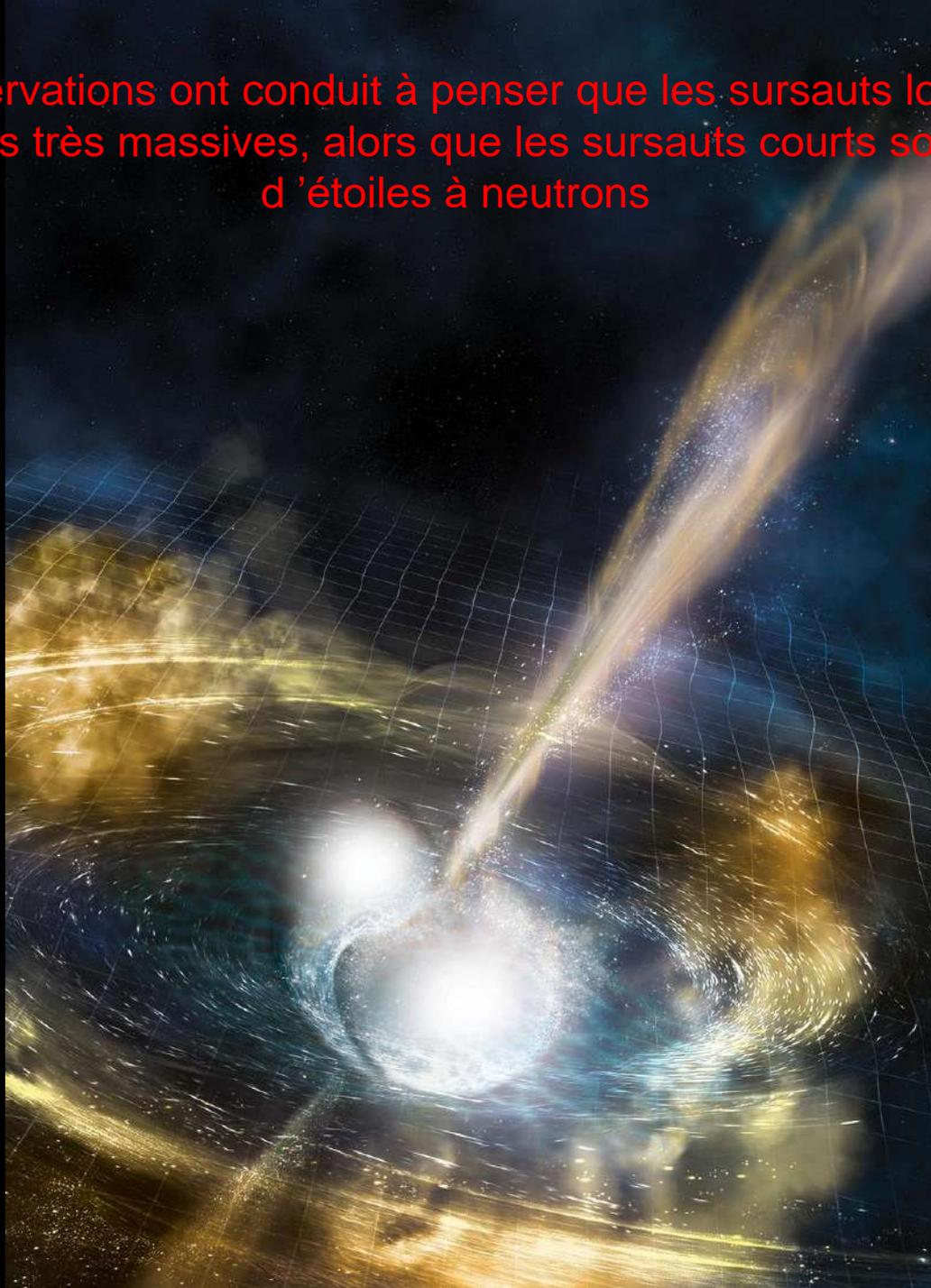


Découverts en 1967, « révélés » en 1973
'prompt': 100 ms-100 s (sous structure ms)
'rémanence': quelques jours

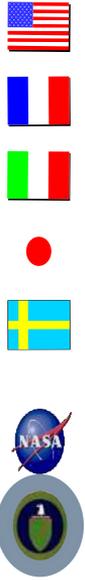
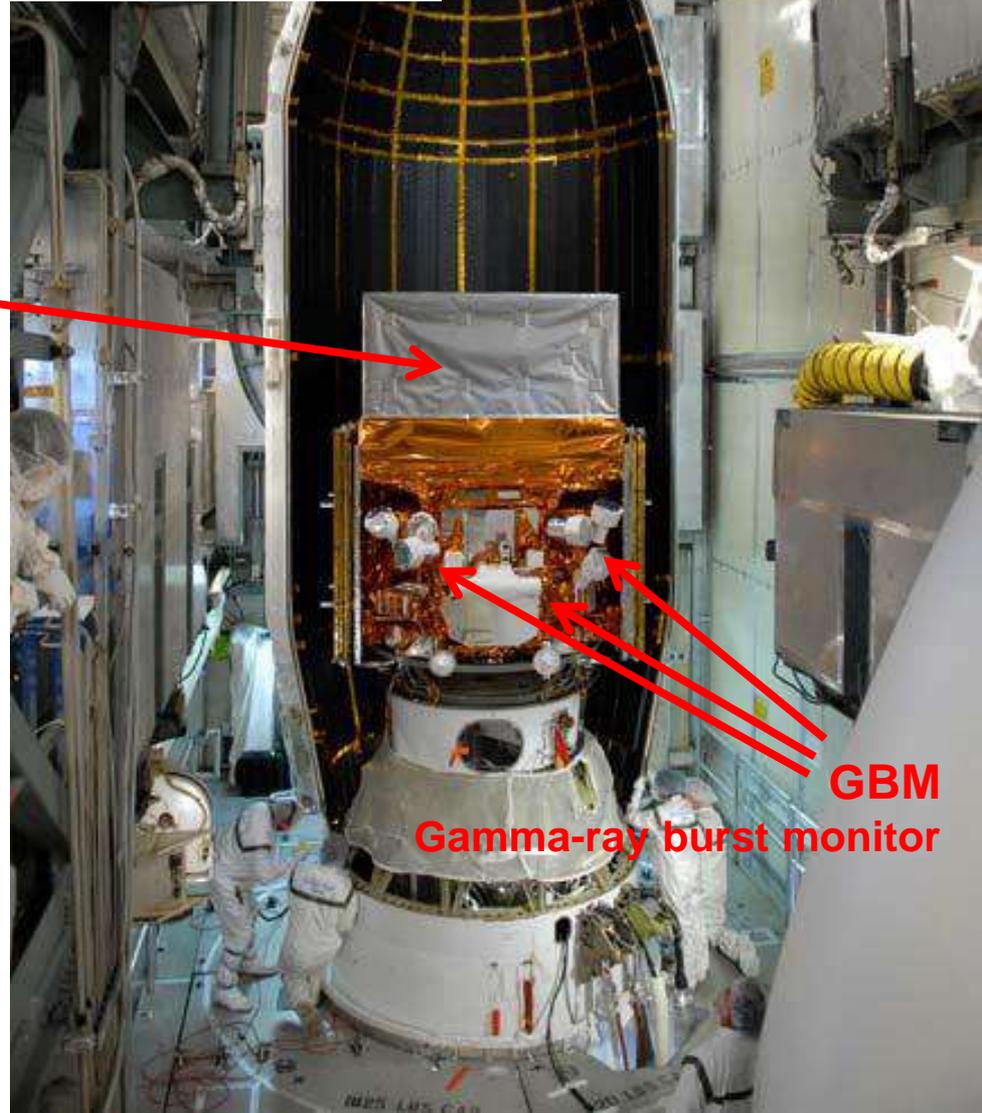
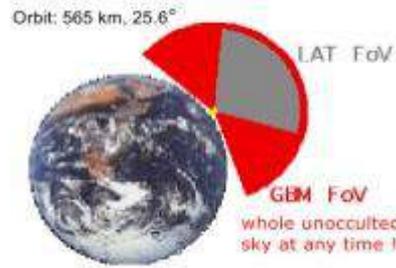
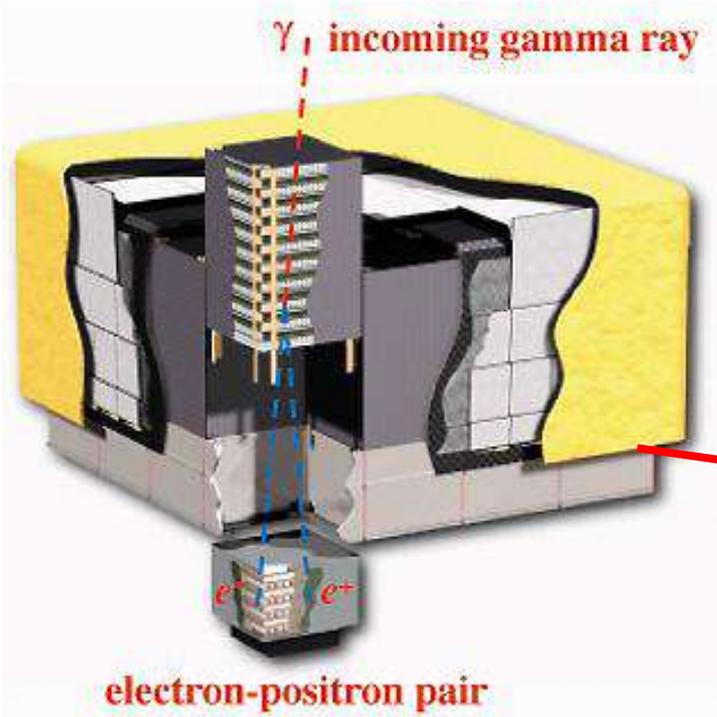
1^{ère} mesure de distance: 1997 pour un GRB long,
2005 pour un GRB court



Différentes observations ont conduit à penser que les sursauts longs sont dus à l'explosion d'étoiles très massives, alors que les sursauts courts sont dus à la fusion d'étoiles à neutrons



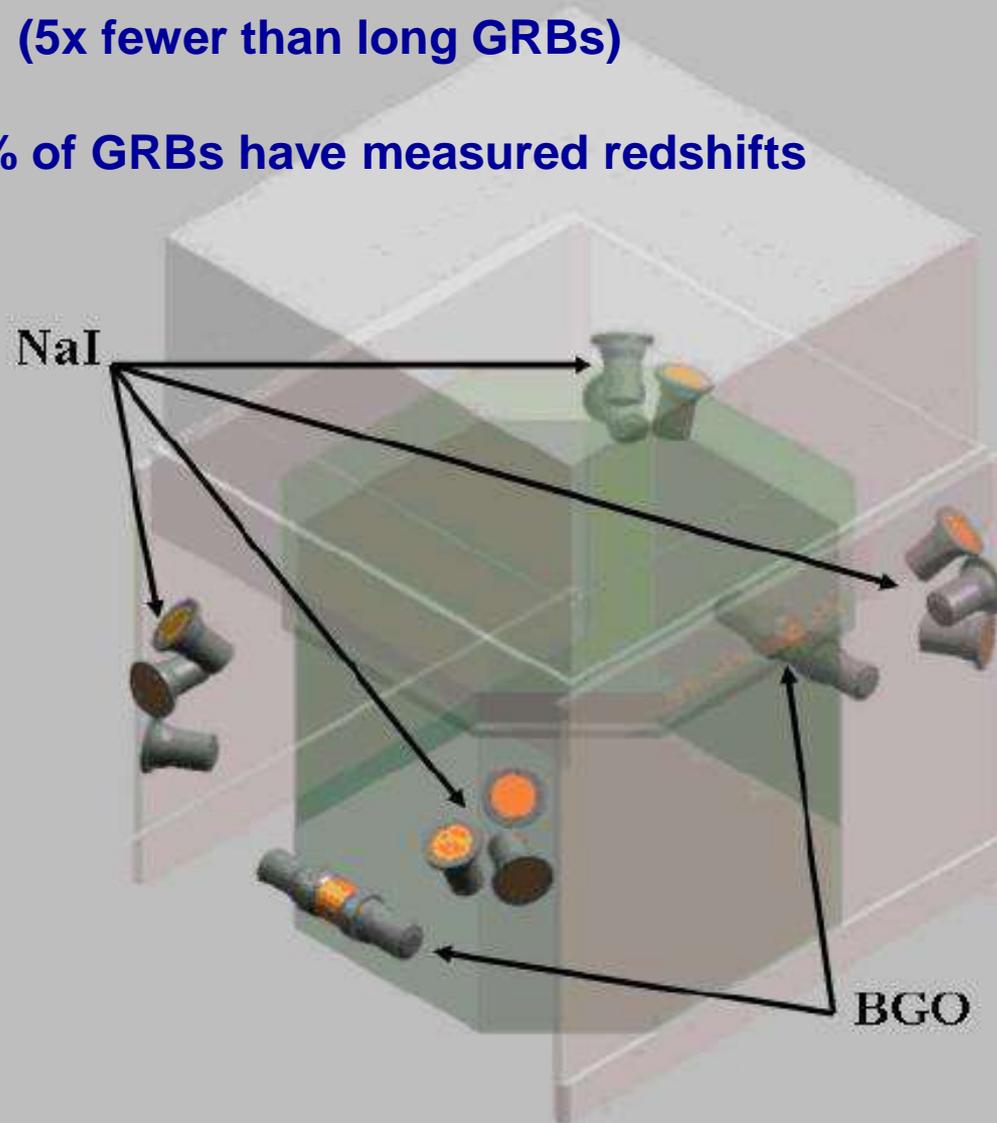
Fermi LAT et GBM



The Gamma-ray Burst Monitor (GBM) on *Fermi*

~ 300 short GRBs
(5x fewer than long GRBs)

30% of GRBs have measured redshifts



Couverture « multilongueur d'onde »

Earth

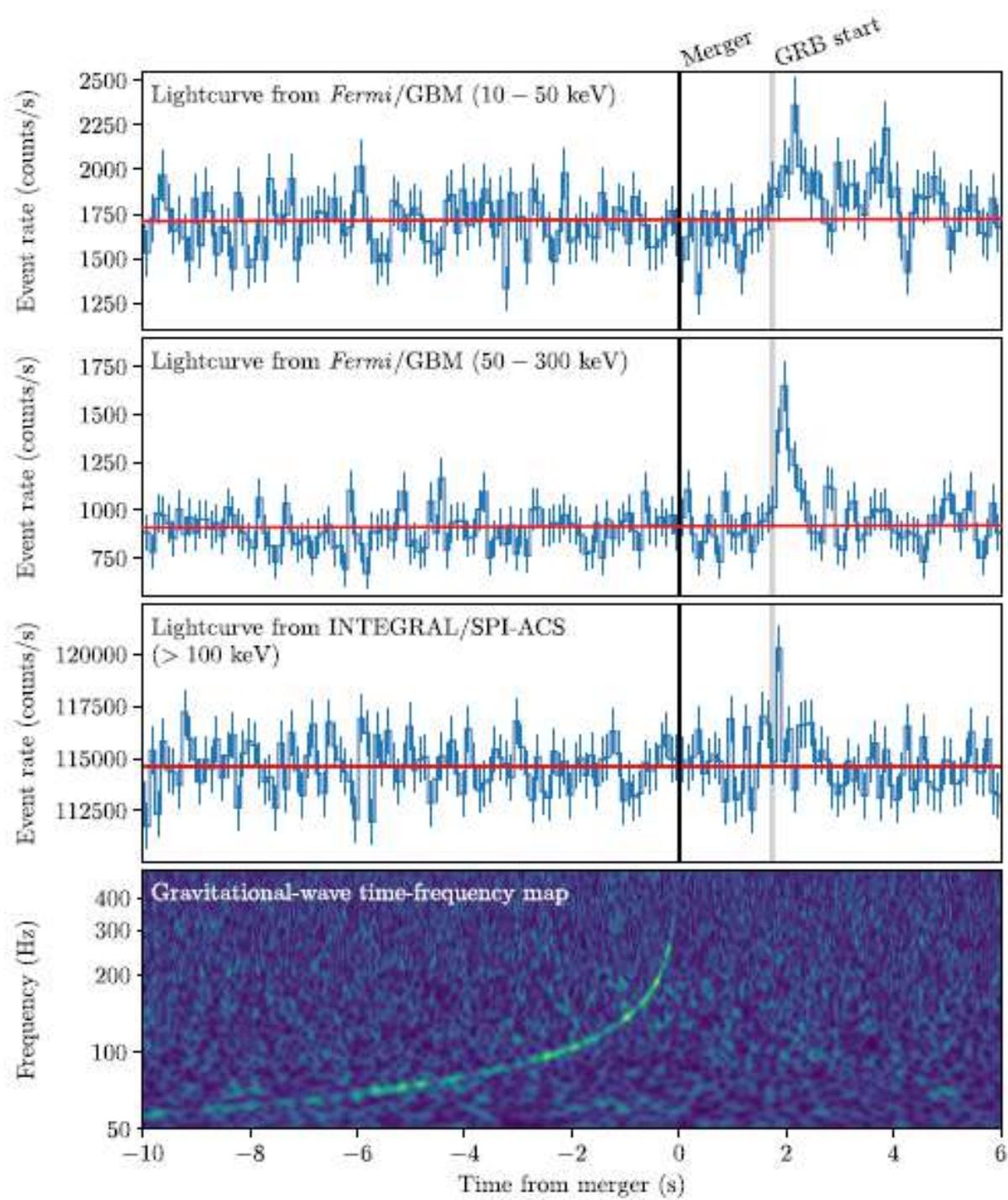
Space



GBM: GCN issued 14s after detection. LIGO: detection +7 min, GCN+27 min
GCN coincidence: +40min GW sky map: +6H15
(GCN = Gamma-ray Coordinates Network)

70 groups/collaborations MW paper: 2500 authors, 950 inst.

+ neutrinos & UHECRs



Propriétés mesurées

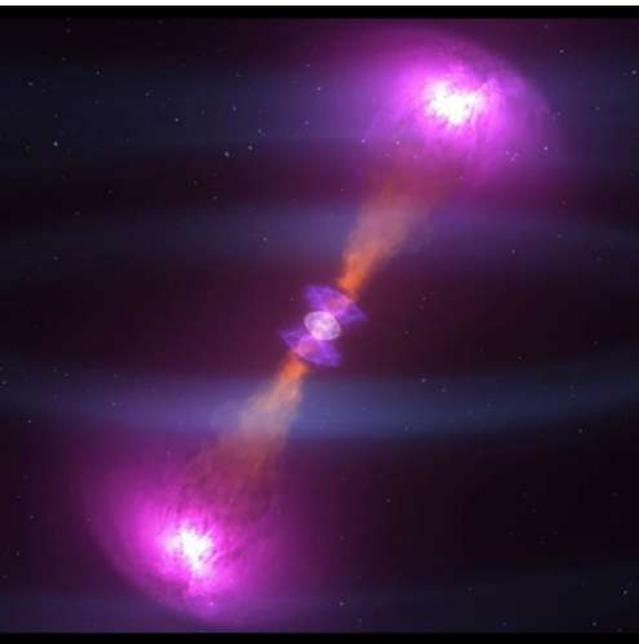


Table 1: Key Properties of GW170817

Property	Value
Chirp mass, \mathcal{M} (rest frame)	$1.188_{-0.002}^{+0.004} M_{\odot}$
First NS mass, M_1	$1.36 - 1.60 M_{\odot}$ (90%, low spin prior)
Second NS mass, M_2	$1.17 - 1.36 M_{\odot}$ (90%, low spin prior)
Total binary mass, $M_{\text{tot}} = M_1 + M_2$	$\approx 2.74_{-0.01}^{+0.04} M_{\odot}$
Observer angle relative to binary axis, θ_{obs}	$11 - 33^{\circ}$ (68.3%)
Blue KN ejecta ($A_{\text{max}} \lesssim 140$)	$\approx 0.01 - 0.02 M_{\odot}$
Red KN ejecta ($A_{\text{max}} \gtrsim 140$)	$\approx 0.04 M_{\odot}$
Light r -process yield ($A \lesssim 140$)	$\approx 0.05 - 0.06 M_{\odot}$
Heavy r -process yield ($A \gtrsim 140$)	$\approx 0.01 M_{\odot}$
Gold yield	$\sim 100 - 200 M_{\oplus}$
Uranium yield	$\sim 30 - 60 M_{\oplus}$
Kinetic energy of off-axis GRB jet	$10^{49} - 10^{50}$ erg
ISM density	$10^{-4} - 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$

- **Masses des deux partenaires ~ celles d'étoiles à neutrons**
- **Distance: 130 Millions d'années lumière**
- **Grand angle par rapport entre la ligne de visée et le jet, d'où la faible luminosité du sursaut gamma.**
- **Résidu final: étoile à neutrons ou trou noir? On ne sait pas.**
- **100 masses terrestres d'au!**

Les ondes gravitationnelles:

1. Comment en faire
2. Comment les voir (aperçu)
3. Ce qu'on a vu:
 - (Rappel sur les trous noirs et les étoiles à neutrons)
 - Fusions de trous noirs, dès 2015.
 - Fusion d'étoiles à neutrons, 2017, GW170817.
4. Ce qu'on a appris:
 - *GRB170817 a été vu sur tout le spectre électromagnétique!*
 - Quid des sursauts gamma
 - Origine des éléments lourds
 - Nature de la gravitation
 - Expansion de l'Univers
 - Structure nucléaire
5. Comment les voir (bis)
 - Le prix Nobel de 1993
 - Plus sur Virgo/Ligo
 - eLisa – pareil, mais dans l'espace
 - Pulsar Timing Arrays
6. Et en suite?

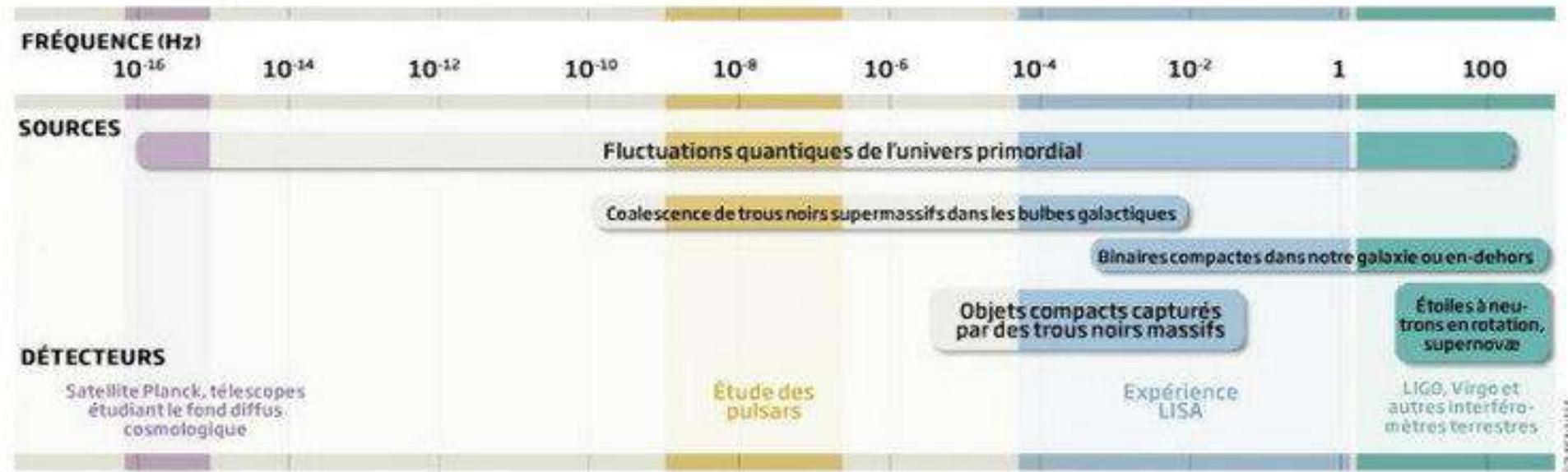
Pourquoi cet événement est exceptionnel

Détection *simultanée*

- d'une onde gravitationnelle détectée, mais d'un type nouveau
 - d'une onde gravitationnelle émise par deux étoiles à neutrons
 - d'un signal gamma court
 - d'une « *blende* » ou des éléments lourds
- Prédit mais jamais observée jusqu'alors

Spectre des ondes gravitationnelles

La fréquence des ondes gravitationnelles varie avec la nature de la source qui les émet. Chaque type de détecteurs explore une partie du spectre.



'*in-spiral*' – l'orbite dure des milliards d'années.
Perte d'énergie, le rayon se réduit → spirale.
Jusqu'au jour du cataclysme...



GW170817

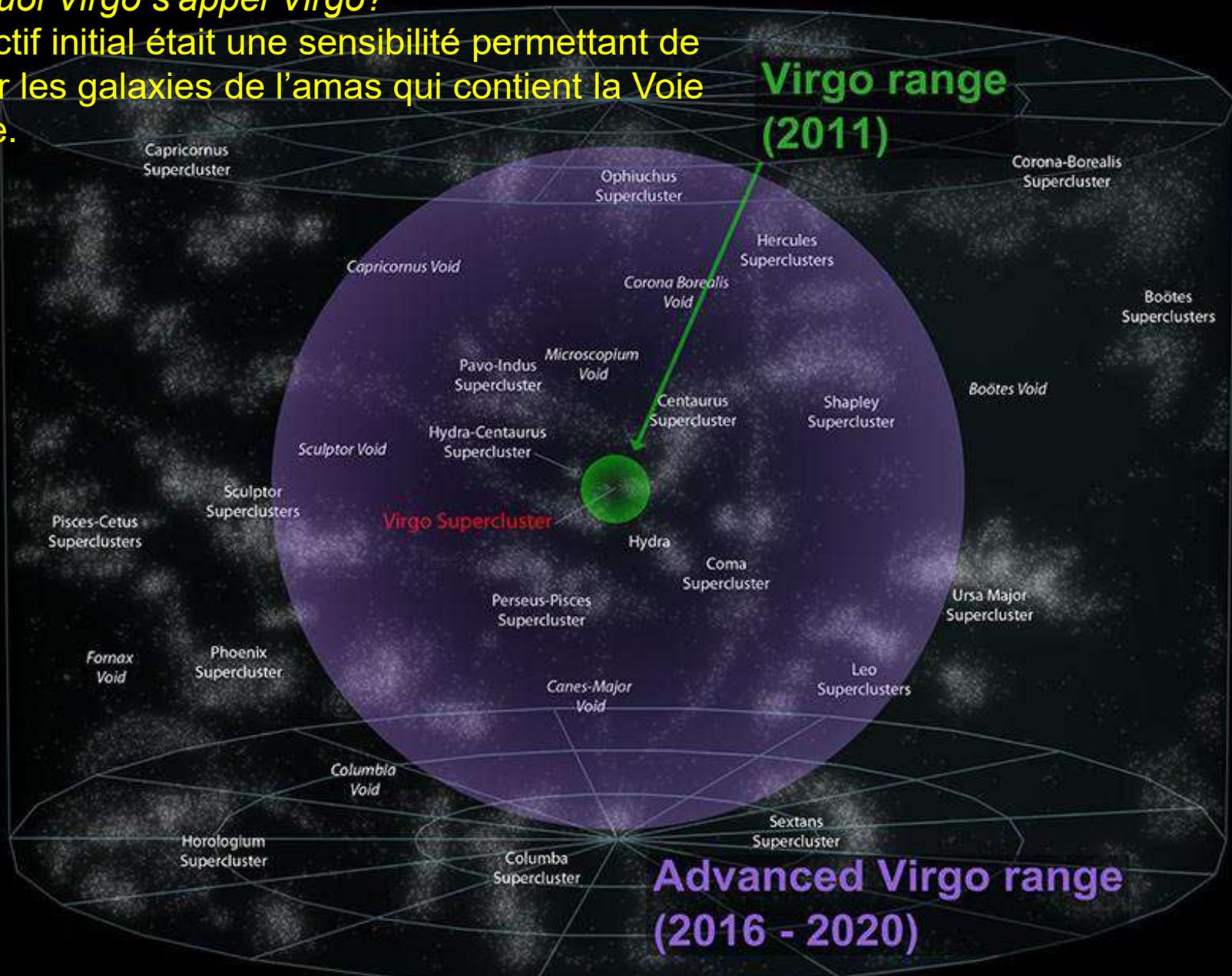
5 arcseconds

On Aug. 26, 2017, NASA's Chandra X-ray Observatory first detected X-rays from the source of the neutron star collision known as GW170817. Earlier observations did not see X-ray emission. The crash produced jets that immediately emitted a gamma-ray burst and continued on into space. Nine days later, Chandra detected the X-ray afterglow emitted by the jet directed toward Earth after it had spread into our line of sight.

Credit: NASA/CXC/E. Troja

Pourquoi Virgo s'appel Virgo?

L'objectif initial était une sensibilité permettant de sonder les galaxies de l'amas qui contient la Voie Lactée.



100 million light years

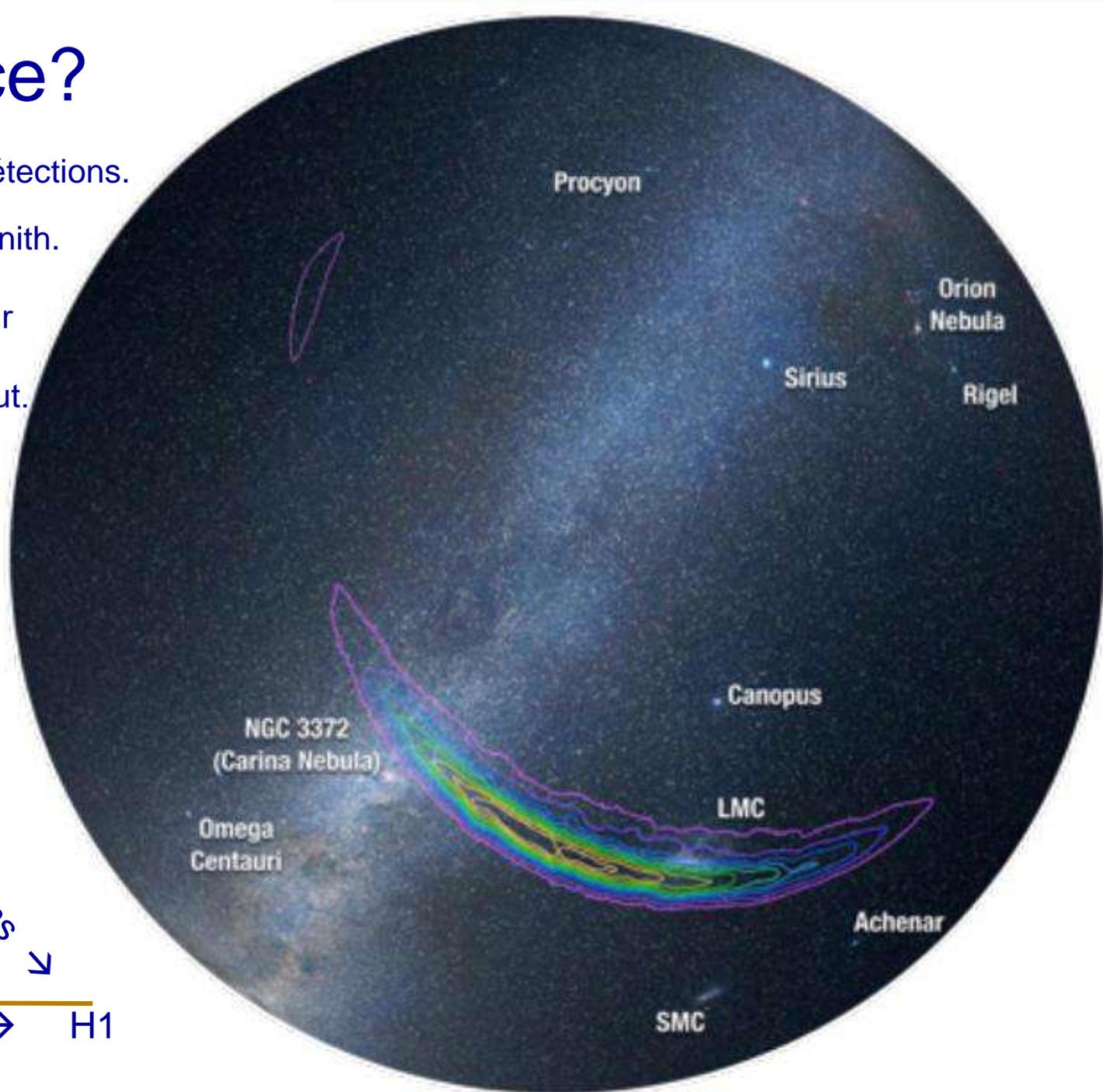
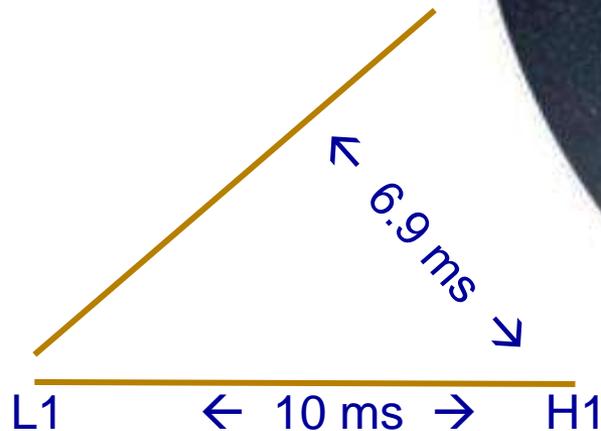
Où est-ce?

6.9 ms entre les deux détections.

(Louisiane, puis Washington)

$\sin^{-1}(6.9/10) = 44^\circ$ du zénith.

D'autres contraintes pour
l'azimuth, et pour
d'en bas versus d'en haut.



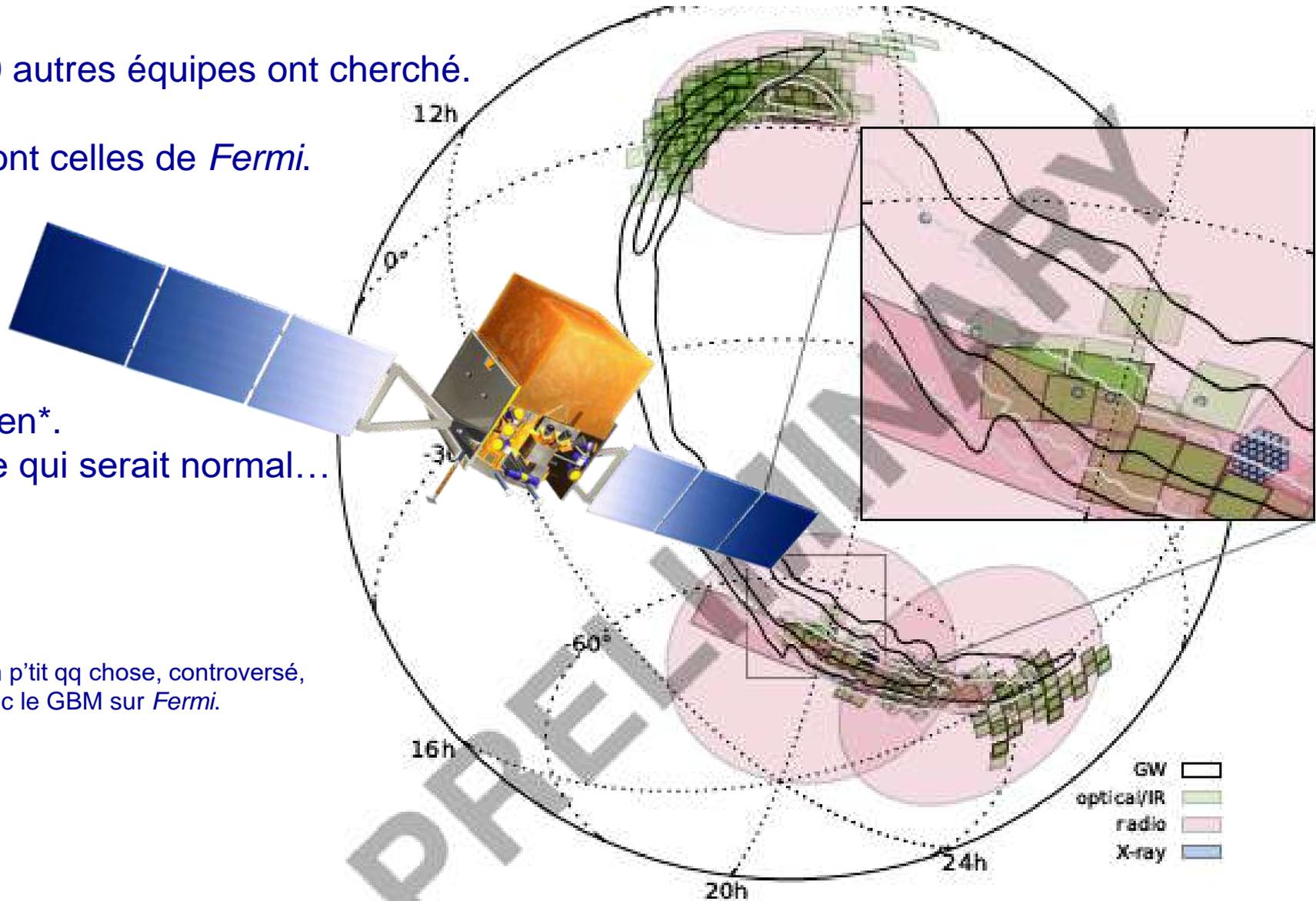
Qq'un d'autre a vu qq chose?

70 autres équipes ont cherché.

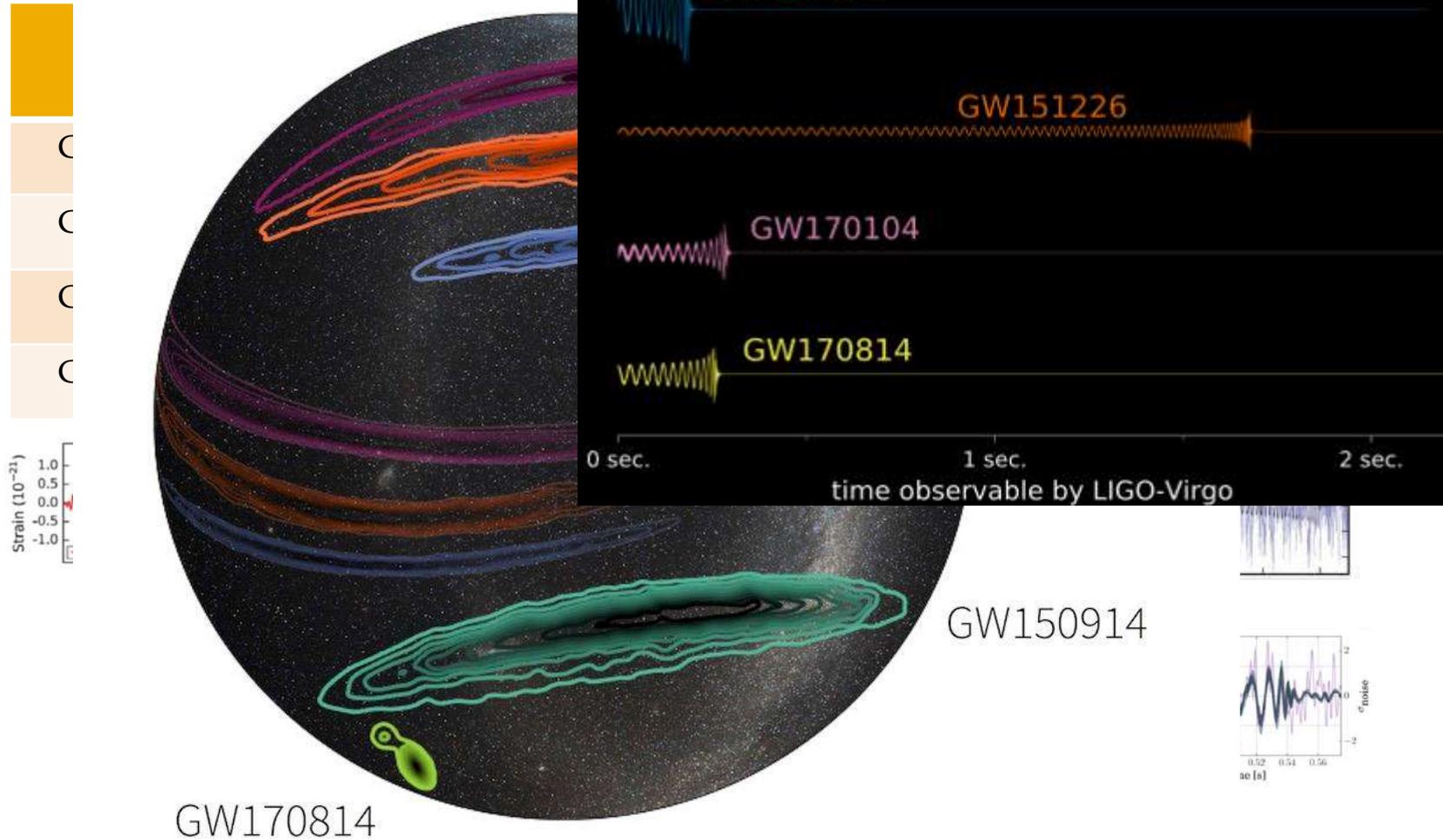
Dont celles de *Fermi*.

Rien*.
Ce qui serait normal...

*Un p'tit qq chose, controversé,
avec le GBM sur *Fermi*.



4 événements de fusions de trous noirs



GW170814

Théories de gravitation

Isaac Newton
(1684)

Deux objets s'orbiteront à jamais.

Albert Einstein
(1916)

Le système binaire rayonne, l'orbite rétrécit.
Lentement.

Event	GW150914	GW151226	LVT151012
Signal-to-noise ratio	23.7	13.0	9.7

Bilan des trous noirs:

Fin 2017 : 4 (5?) détections. Elle collent avec la gravitation d'Einstein.

Fusion de paires de trous noirs de dizaines de masses solaires, à des milliards d'années-lumière de Terre.

Des réponses à plusieurs questions ouvertes.

	Effective inspiral spin χ_{eff}	$-0.06^{+0.14}_{-0.14}$	$0.21^{+0.20}_{-0.10}$	$0.0^{+0.3}_{-0.2}$	
→	Final mass $M_f^{\text{source}}/M_{\odot}$	$62.3^{+3.7}_{-3.1}$	$20.8^{+6.1}_{-1.7}$	35^{+14}_{-4}	
	Final spin a_f	$0.68^{+0.05}_{-0.06}$	$0.74^{+0.06}_{-0.06}$	$0.66^{+0.09}_{-0.10}$	
→	Radiated energy $E_{\text{rad}}/(M_{\odot}c^2)$	$3.0^{+0.5}_{-0.4}$	$1.0^{+0.1}_{-0.2}$	$1.5^{+0.3}_{-0.4}$	
→	Peak luminosity $\ell_{\text{peak}}/(\text{erg s}^{-1})$	$3.6^{+0.5}_{-0.4} \times 10^{56}$	$3.3^{+0.8}_{-1.6} \times 10^{56}$	$3.1^{+0.8}_{-1.8} \times 10^{56}$	Soleil: 10^{33} erg/s
→	Luminosity distance D_L/Mpc	420^{+150}_{-180}	440^{+180}_{-190}	1000^{+500}_{-500}	1 parsec = 3.26 année-lumière
	Source redshift z	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$	$0.20^{+0.09}_{-0.09}$	
	Sky localization $\Delta\Omega/\text{deg}^2$	230	850	1600	

Ligo l'a vu, mais pas Virgo.

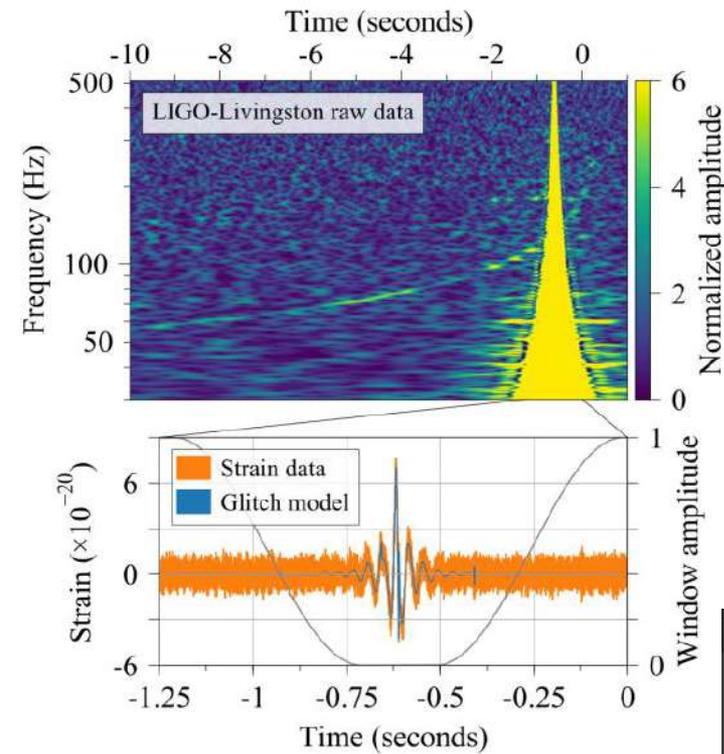
GBM l'a vu, mais pas LAT.

Quid?

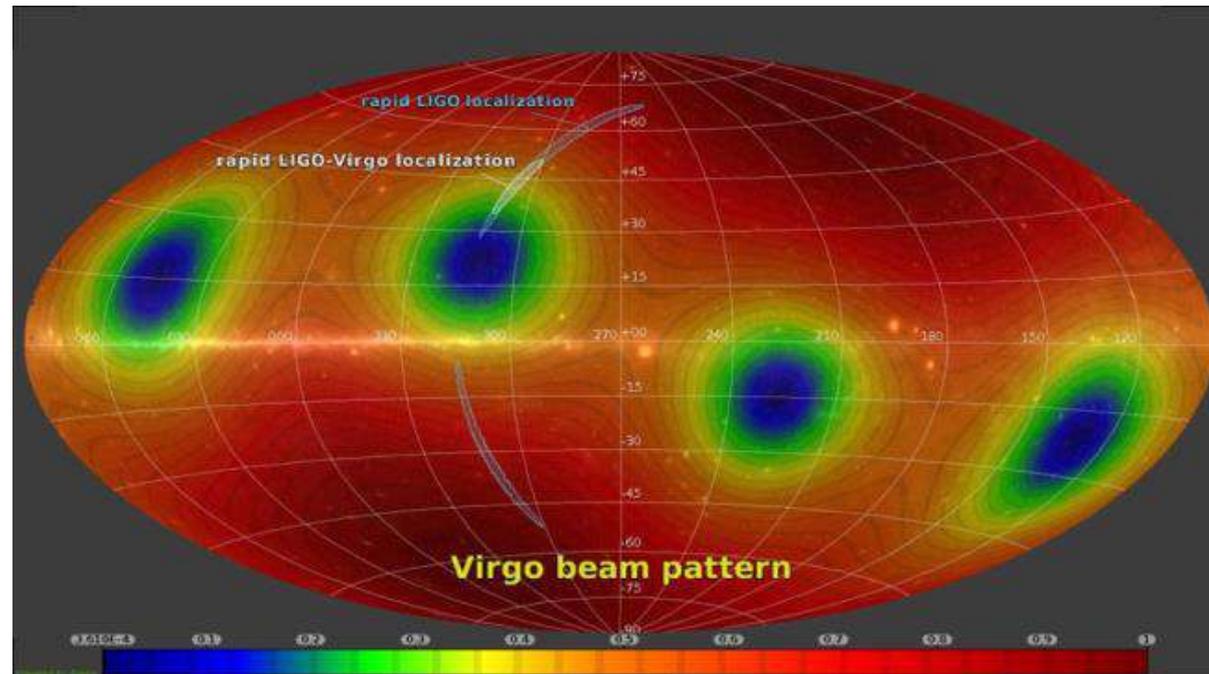
GW170817



Un gros « glitch » dans les données de LIGO-Livingston pendant l'évènement, mais ils ont récupéré.



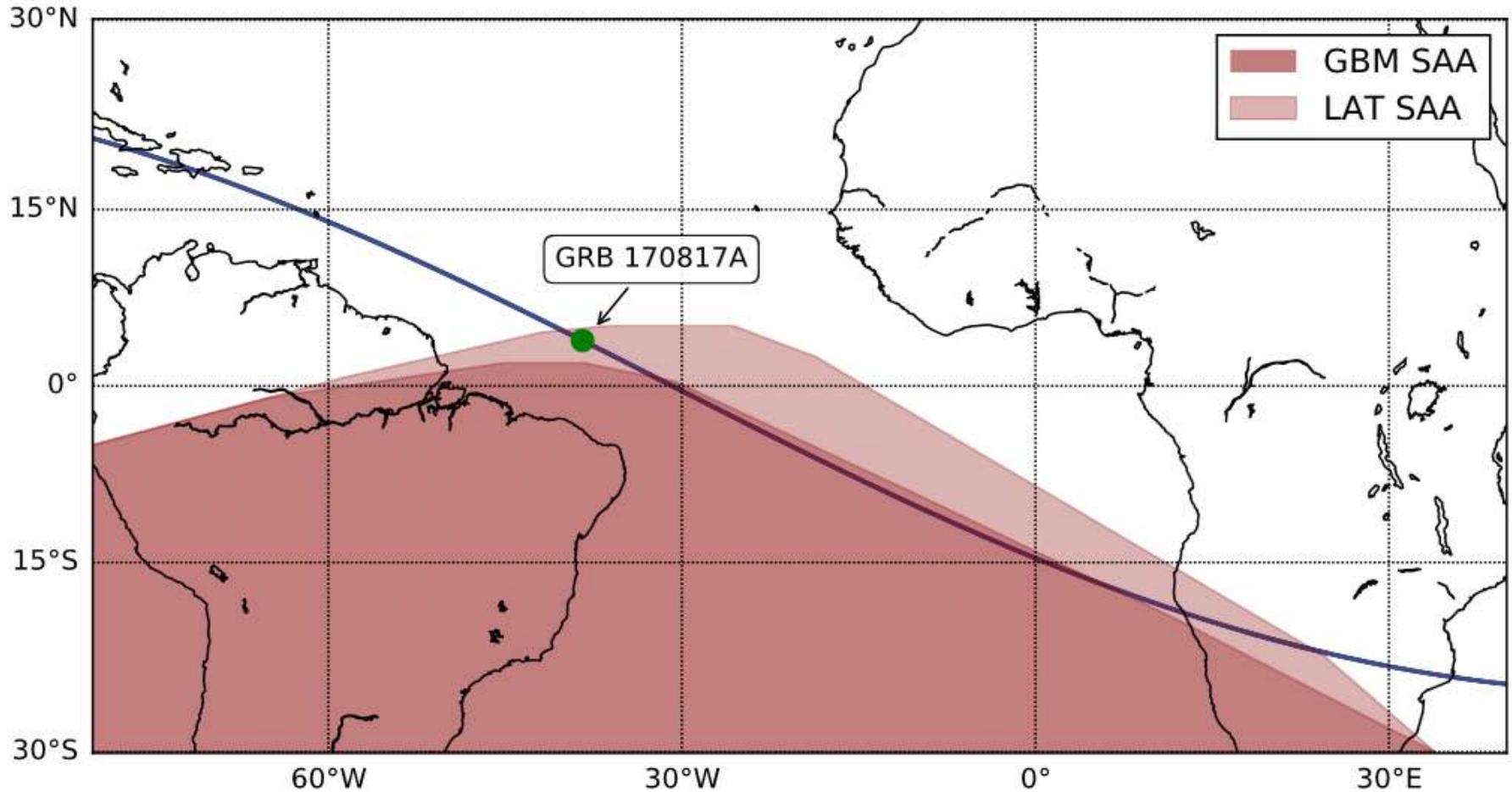
NGC 4993 était là où Virgo voit mal.
Ce qui a été utilisé pour la localisation!



SAA = South Atlantic Anomaly

4

FERMI-LAT TEAM



Nature de la gravitation

Einstein:

Toute particule de masse zéro se déplace à la vitesse de la lumière.

Les photons et les gravitons sont sans masse.

Observation:

Au maximum, 1.7 s de retard sur les 130 millions d'années de voyage.

Ce qui fait que $v(\text{lumière}) = v(\text{gravitation})$

à mieux que qqms microns par seconde.

Contrainte pour toute théorie de gravitation.

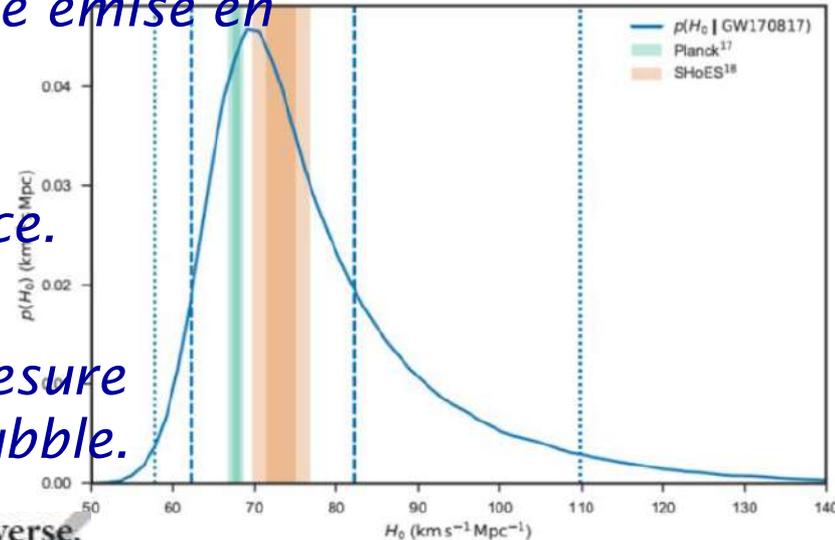
Expansion de l'Univers

A gravitational-wave standard siren measurement of the Hubble constant

La théorie d'Einstein donne la puissance émise en ondes gravitationnelles.

La puissance observée donne la distance.

Avec de décalage spectral, on a une mesure indépendante de la constante de Hubble.



This quantity, representing the local expansion rate of the Universe, sets the overall scale of the Universe and is of fundamental importance to cosmology. Our measurements do not require any form of cosmic ‘distance ladder’¹⁹; the gravitational-wave analysis directly estimates the luminosity distance out to cosmological scales. Here we report $H_0 = 70.0^{+12.0}_{-8.0}$ kilometres per second per megaparsec, which is consistent with existing measurements^{20,21}, while being completely independent of them.

with state-of-the-art determinations of this quantity, including CMB measurements from Planck²⁰ (67.74 ± 0.46 km s⁻¹ Mpc⁻¹, ‘TT,TE,EE+lowP+lensing+ext’) and type Ia supernova measurements from SHoES²¹ (73.24 ± 1.74 km s⁻¹ Mpc⁻¹), as well as baryon acoustic oscillations measurements from SDSS³¹, strong lensing measurements from H0LiCOW³², high- l CMB measurements from SPT³³, and Cepheid measurements from the HST key project¹⁹.

Structure nucléaire

Etoile à neutrons: « 13 km de rayon, 1.4 masses solaires. »

12 km? 15 km? Ca dépend des détails de la répulsion entre neutrons.

Les détails des ondes pendant la fusion, ainsi que les contraintes sur l'état final, ont permis un bond en avant pour ce domaine.

Effets de marée.

Résidu de la fusion: étoile à neutrons hypermassive métastable?

Ou un trou noir?

Contrainte sur le rayon d'une étoile à neutron: $R_{1.6 M_{\odot}} < 10.7 \text{ km}$.

Mais... n'avait-on pas déjà vérifié la Relativité Générale d'Einstein?

Oui, certes. Mais:

- i. jamais pour des champs gravitationnels aussi forts, justement là où une faille éventuelle se manifesterait ;
- ii. On n'avait jamais vu directement* les ondes ;
- iii. Leur détection donne un nouveau « télescope » astronomique.
Exemple : *première observations de trous noirs dans cette gamme de masse.*

*Prix Nobel de Hulse et Taylor (1993) –
l'orbite de deux pulsars rétréci par le rayonnement gravitationnel.

Pulsar dans un système binaire (vue d'artiste).

Les mesures orbitales confirment les prédictions de la relativité générale avec grande précision.

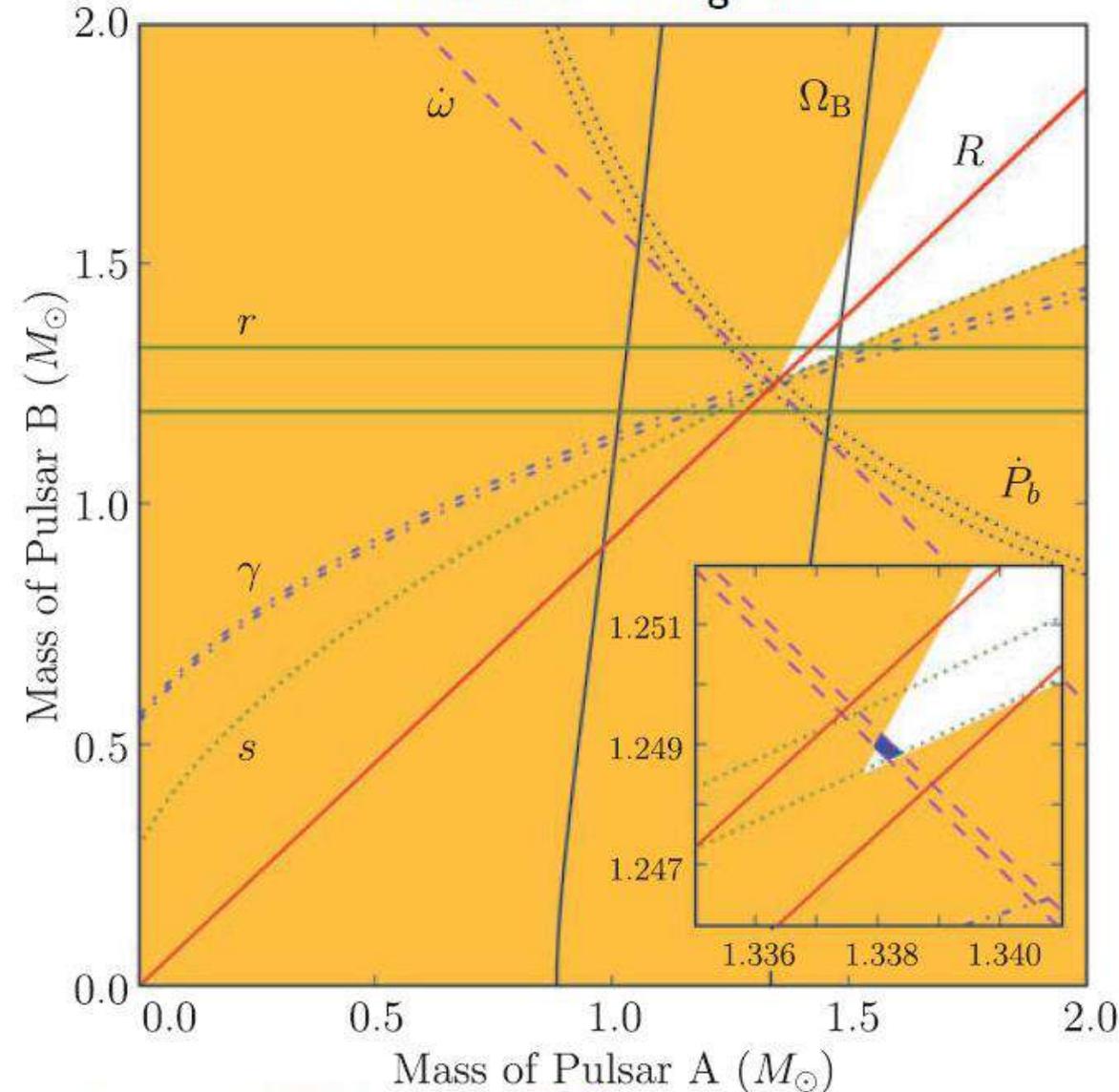


The Double Pulsar

Suivre certains pulsars sur des années donne des tests à haute précision de GR.

Planches N. Wex pour les définitions des paramètres post-Newtoniens.

GR mass-mass diagram



Mass ratio m_A/m_B and

6 post-Keplerian parameters

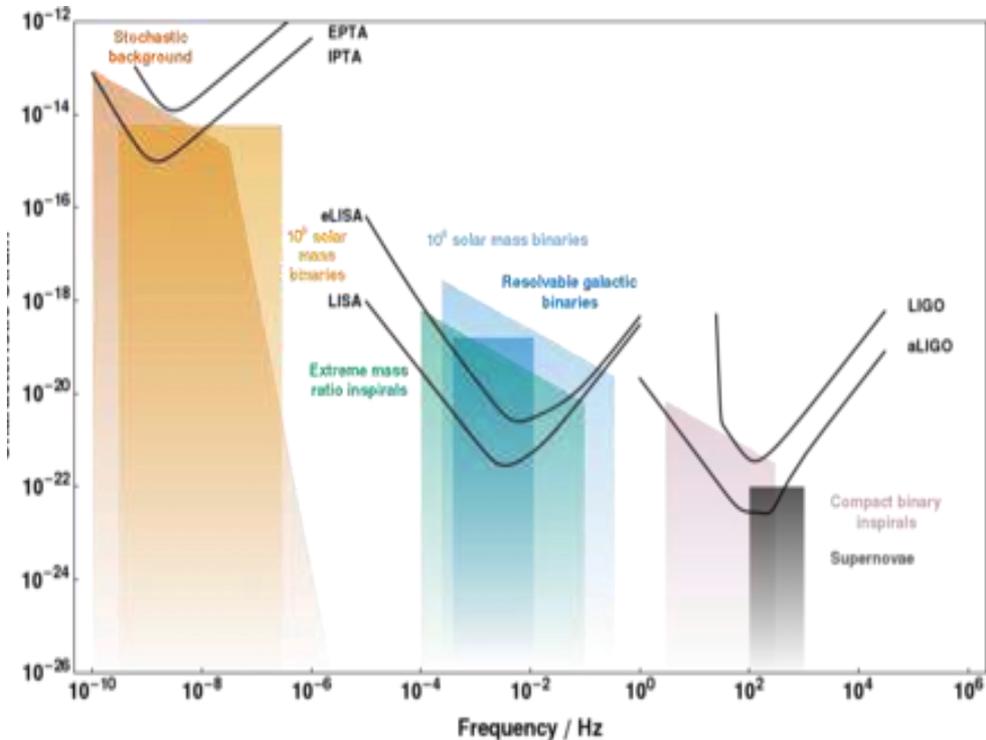
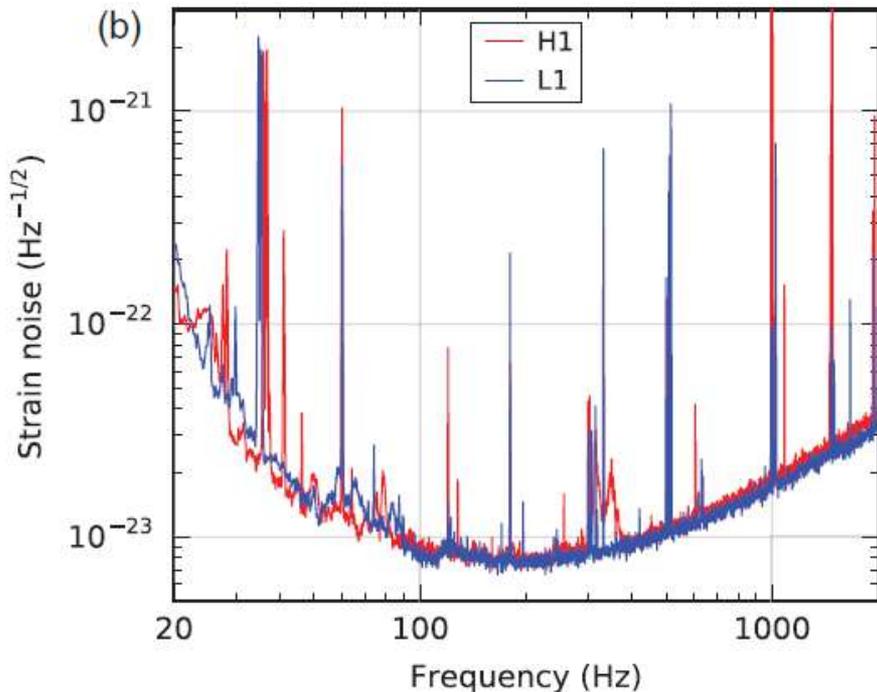
- ➔ periastron precession
- ➔ time dilation
- ➔ range (r) and shape (s) of Shapiro delay
- ➔ geodetic precession
- ➔ gravitational wave damping

$$\mathcal{P}_{\text{pK}} = f(\mathcal{P}_{\text{K}}; m_A, m_B)$$

➔ 5 tests

Quid de la sensibilité?

- Les équipes travaillent à atténuer davantage les vibrations
→ 'strains' toujours plus petits.
- Lumière: $1/r^2$, pour une distance r de la source.
- Ondes gravitationnelles: $1/r$
- Donc: sensibilité 2x meilleure → $2^3 = 8x$ plus de volume d'espace
→ davantage de cataclysmes détectables.



«Pathfinder»
arrivé à L1 début 2016.

L1: 1,5 million km de la Terre vers le Soleil.

Performances supérieures aux attentes.

Lisa lancé en 2034? Ou avant!

Verra les mêmes systèmes binaires,
mais dix ans plus tôt.

(signal cumulé, pas instantané.)



Home News LISA Mission Proposal Publications Conferences People Multimedia Positions Contact

LISA: THE MISSION LISA PATHFINDER NEW ASTRONOMY CONTEXT 2028 LISA COMMUNITY

Latest News Consortium Activities Conferences Scientific papers Open positions

Top News Jan 13, 2017

The LISA Mission proposal was submitted today!

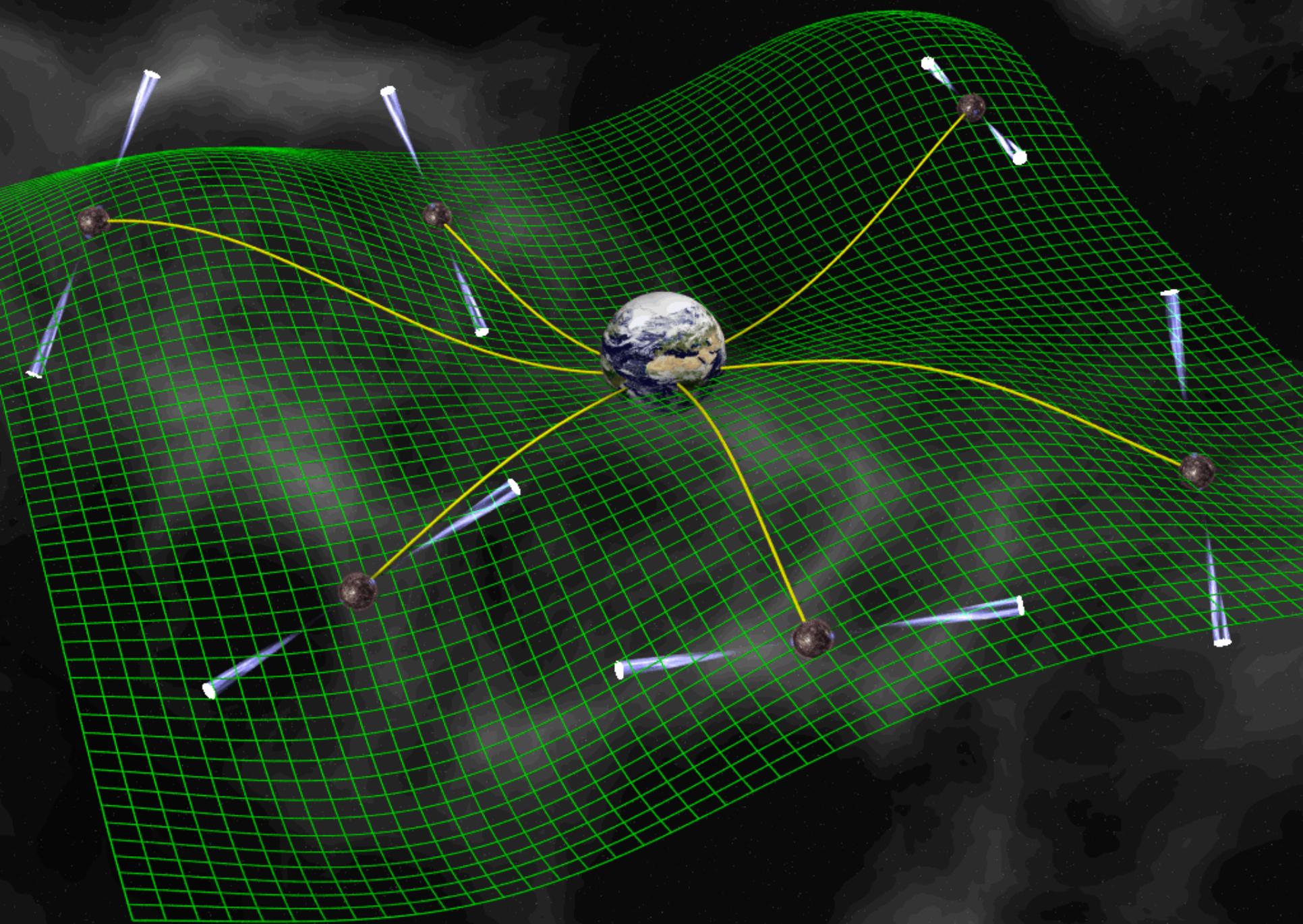
LISA
Laser Interferometer Space Antenna

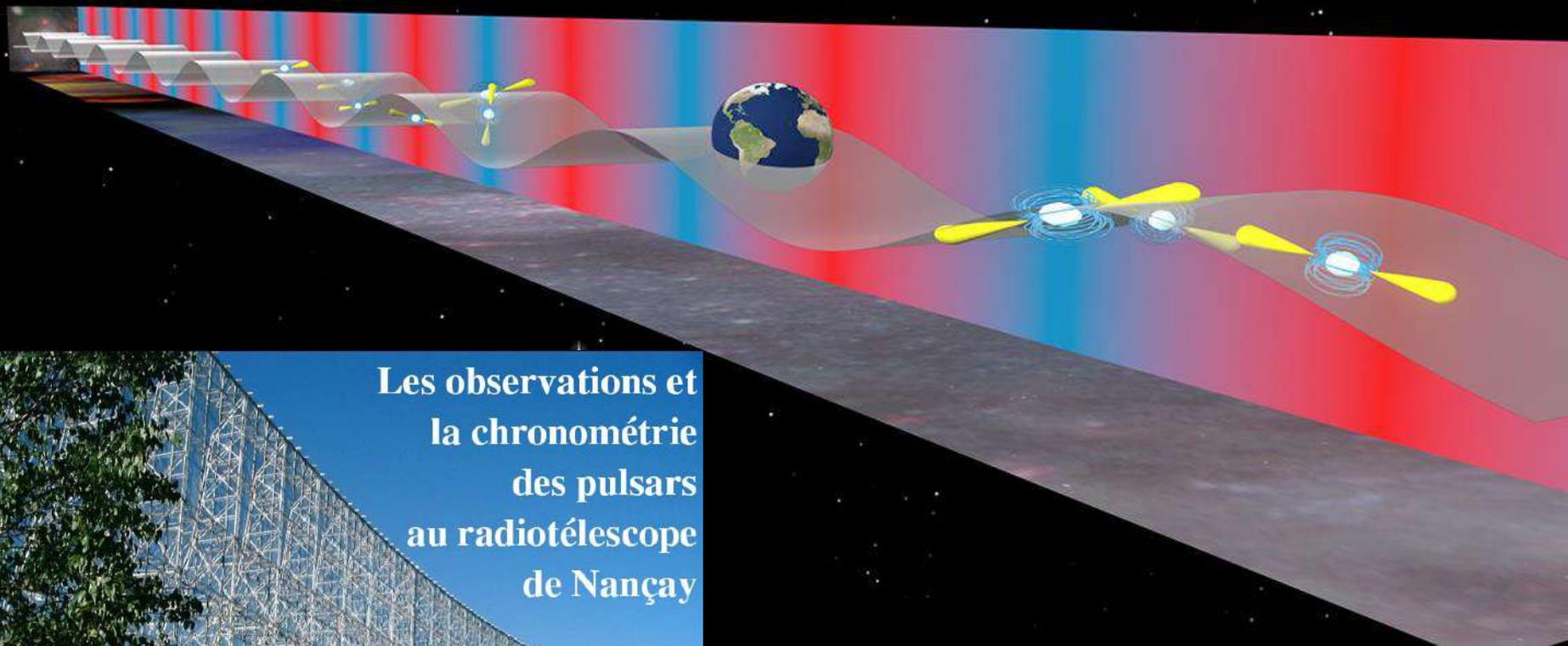
A proposal in response to the ESA call for L3 mission concepts

Latest News

- Jan 13, 2017
The LISA Mission proposal was submitted today!
- Jan 11, 2017
Prof. Dr. Heinz Billing dies on 4 January 2017 at the age of 102
- Dec 13, 2016
LISA Pathfinder's pioneering mission continues: Mission gets a six month extension
- Nov 30, 2016
Advanced LIGO detectors begin 2nd observation run
- Nov 16, 2016
NASA Microthrusters Achieve Success on ESA's LISA Pathfinder
- Oct 25, 2016
Next step towards a gravitational-wave observatory in space
- Oct 07, 2016
The LISA Pathfinder Science Archive is online
- Aug 15, 2016
U.S. National Academies Report recommends NASA restore support for LISA

1 of 7 »





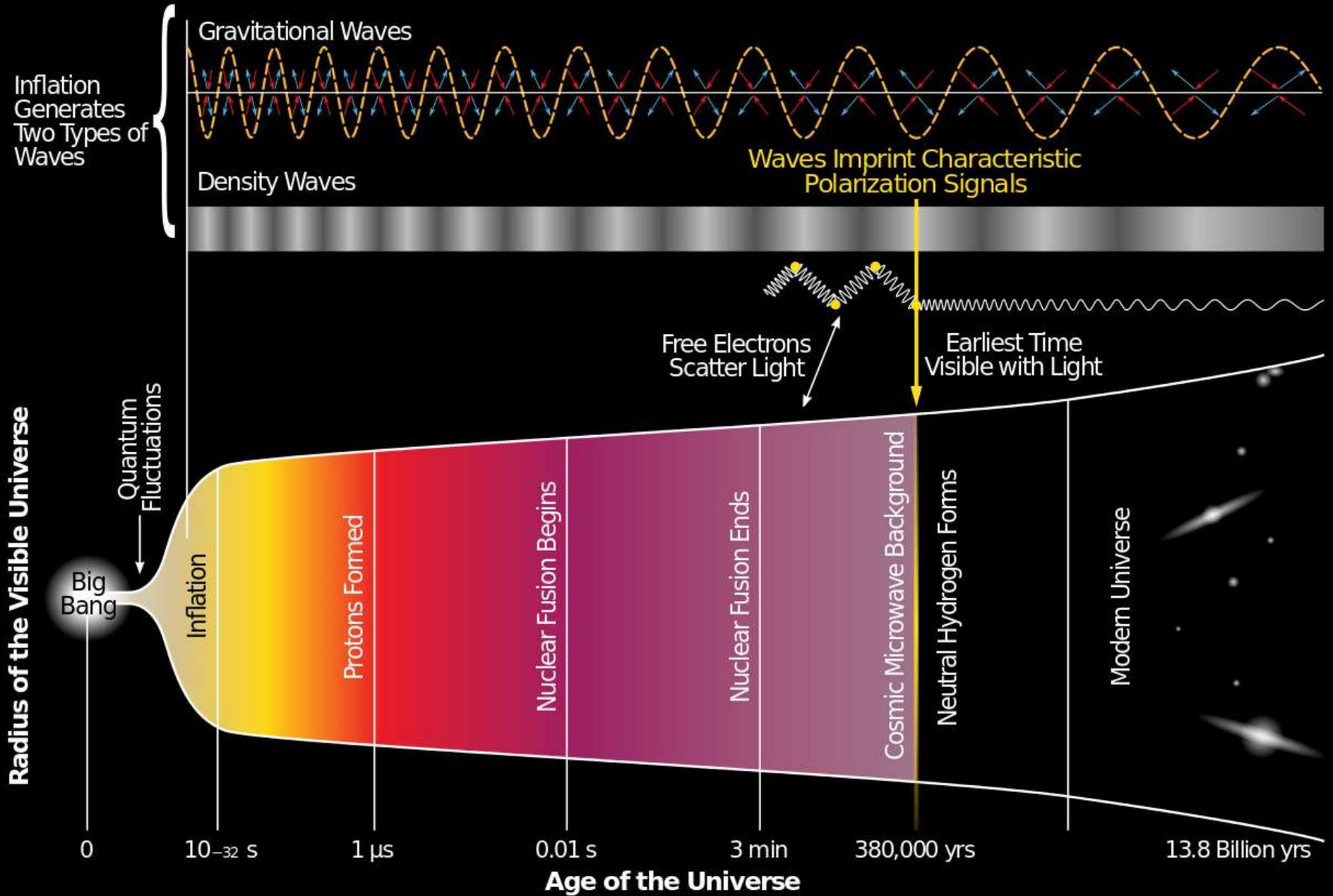
**Les observations et
la chronométrie
des pulsars
au radiotélescope
de Nançay**



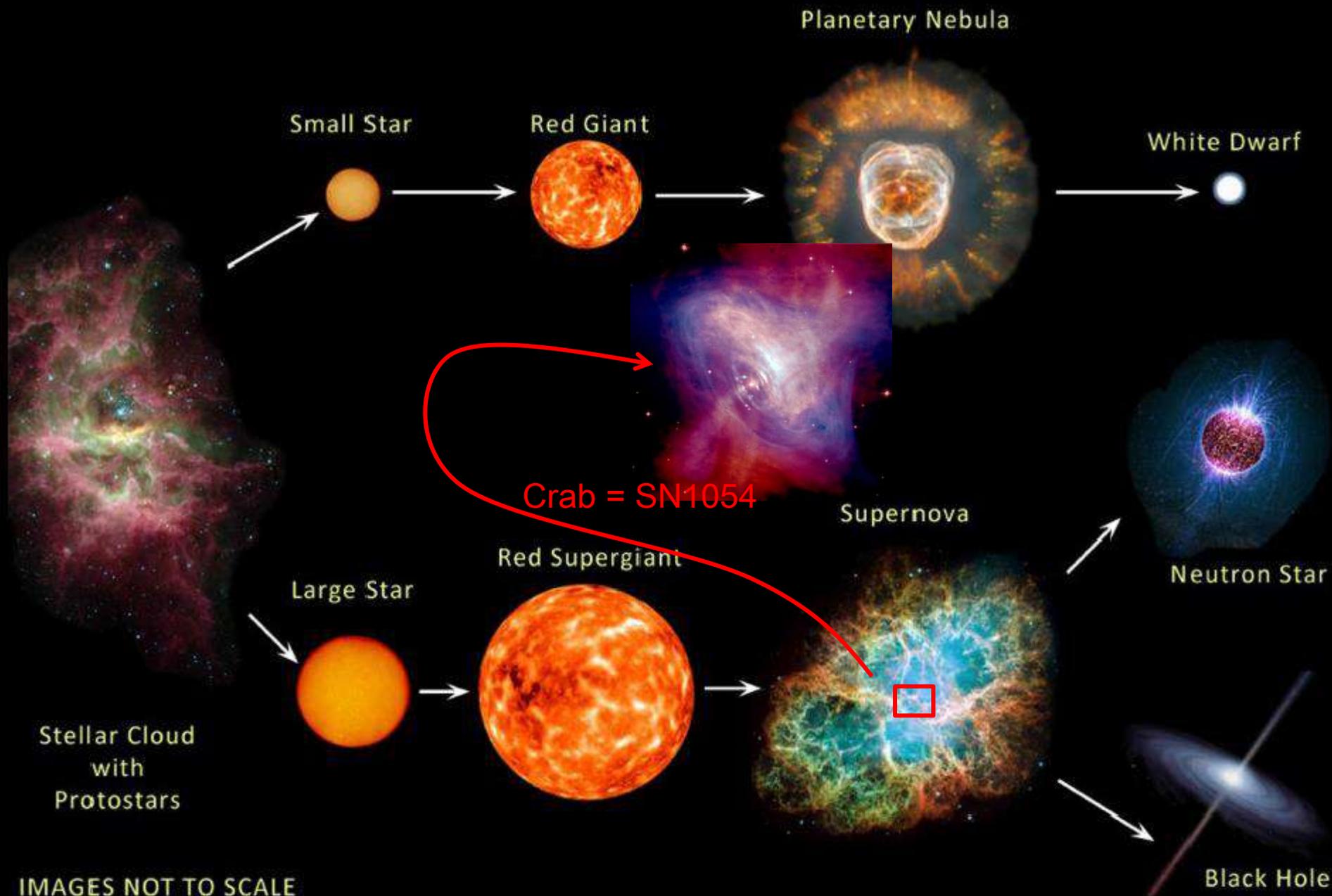
Ismaël Cognard

Chargé de Recherche LPCE / CNRS Orléans
lcognard@cnrs-orleans.fr

History of the Universe



EVOLUTION OF STARS



IMAGES NOT TO SCALE

Properties of the binary black hole merger GW150914

In general relativity, gravitational radiation is fully described by two independent, and time-dependent polarizations, h_+ and h_\times . Each instrument k measures the strain

$$h_k = F_k^{(+)} h_+ + F_k^{(\times)} h_\times, \quad (1)$$

a linear combination of the polarisations weighted by the antenna beam patterns $F_k^{(+,\times)}(\alpha, \delta, \psi)$, which depend on the source location in the sky and the polarisation of the waves [22, 23]. During the inspiral and at the leading order, the GW polarizations can be expressed as

$$h_+(t) = A_{\text{GW}}(t) (1 + \cos^2 \iota) \cos \phi_{\text{GW}}(t), \quad (2a)$$

$$h_\times(t) = -2A_{\text{GW}}(t) \cos \iota \sin \phi_{\text{GW}}(t), \quad (2b)$$

An isolated BH is described by only its mass and spin, since we expect the electric charge of astrophysical BHs to be negligible [10–13]. Merging binary black holes (BBHs) are therefore relatively simple systems. The two BHs are described by eight intrinsic parameters: the masses $m_{1,2}$ and spins $S_{1,2}$ (magnitude and orientation) of the individual BHs. For a BH of mass m , the spin can be at most Gm^2/c ; hence it is conventional to quote the dimensionless spin magnitude $a = c|S|/(Gm^2) \leq 1$. Nine additional parameters are needed to fully describe the binary: the location (luminosity distance D_L , right ascension α and declination δ); orientation (the binary's orbital inclination ι and polarization ψ); time t_c and phase ϕ_c of coalescence, and the eccentricity (two parameters) of the system.

band. At the leading order, the phase evolution is driven by a particular combination of the two masses, commonly called the chirp mass [25],

$$\mathcal{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{M^{1/5}} \simeq \frac{c^3}{G} \left[\frac{5}{96} \pi^{-8/3} f^{-11/3} \dot{f} \right]^{3/5}, \quad (3)$$

where f is the GW frequency, \dot{f} is its time derivative and $M = m_1 + m_2$ is the total mass. Additional parameters enter at each of the following PN orders. First, the mass ratio, $q = m_2/m_1 \leq 1$, and the BH spin components

Cet article, ainsi qu'un tas d'autres, sur
<https://losc.ligo.org/events/GW150914/>

THE RATE OF BINARY BLACK HOLE MERGERS INFERRED FROM ADVANCED LIGO OBSERVATIONS SURROUNDING GW150914

ABSTRACT

A transient gravitational-wave signal was identified in the twin Advanced LIGO detectors on September 14, 2015 at 09:50:45 UTC (GW150914). To assess the implications of this discovery, the detectors remained in operation with unchanged configurations over a period of 39 d around the time of the signal. A search of 16 days of simultaneous two-detector observational data found GW150914 to have a false alarm probability (FAP) of $< 2 \times 10^{-7}$. Parameter estimation followup on this trigger identifies

of BBH coalescences. Considering only GW150914, assuming that all BBHs in the universe have the same masses and spins as this event, imposing a false alarm threshold of 1 per 100 years, and assuming that the BBH merger rate is constant in the comoving frame, we infer a 90% credible range of $2\text{--}53 \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$ (comoving frame). Incorporating all triggers that pass the search threshold while

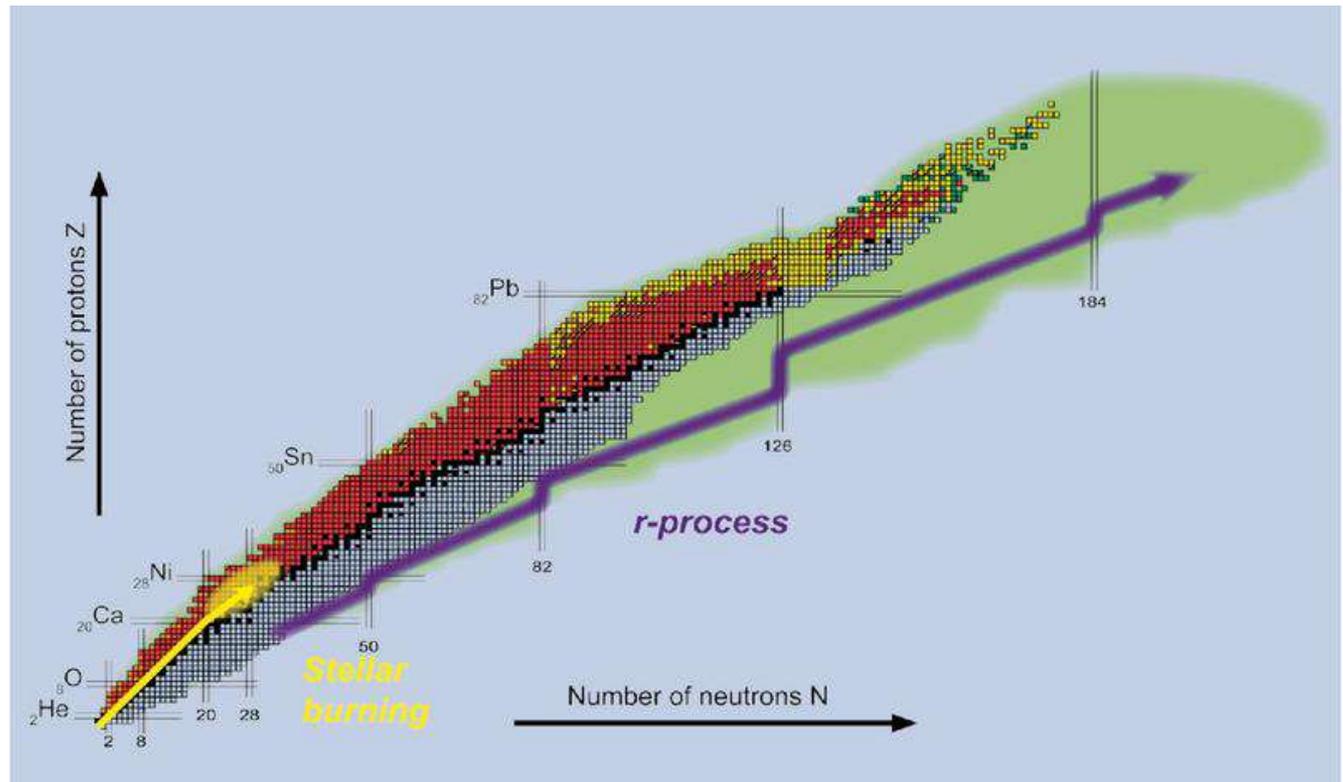
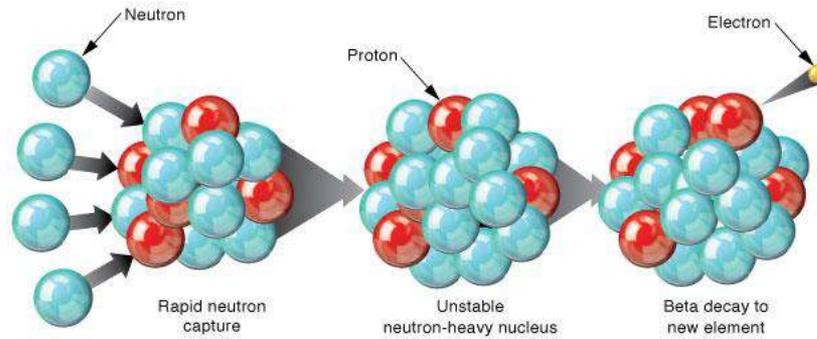
accounting for the uncertainty in the astrophysical origin of each trigger, we estimate a higher rate, ranging from $6\text{--}400 \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$ depending on assumptions about the BBH mass distribution. All together, our various rate estimates fall in the conservative range $2\text{--}400 \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$.

$$410 \text{ Mpc} \sim \frac{1}{2} \text{ Gpc}, \quad \frac{4}{3} \pi R^3 \sim \frac{1}{2} \text{ Gpc}^3$$

wikipedia: **“40 par an, dès 2017.”**

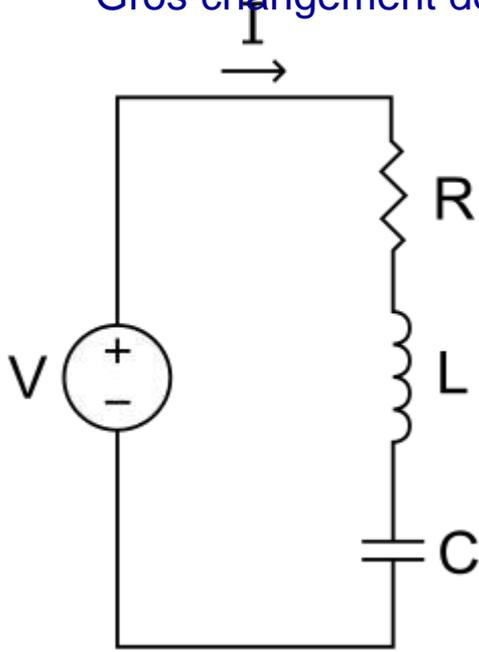
(410 mega parsecs = 1300 millions d'années-lumière $\rightarrow \sim 10^{25} \text{ m}$)

Formation des éléments lourds



Une résonance avec un grand facteur "Q"

Gros changement de puissance pour une minuscule déplacement en fréquence.



$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

R: résistance, frottements, pertes...

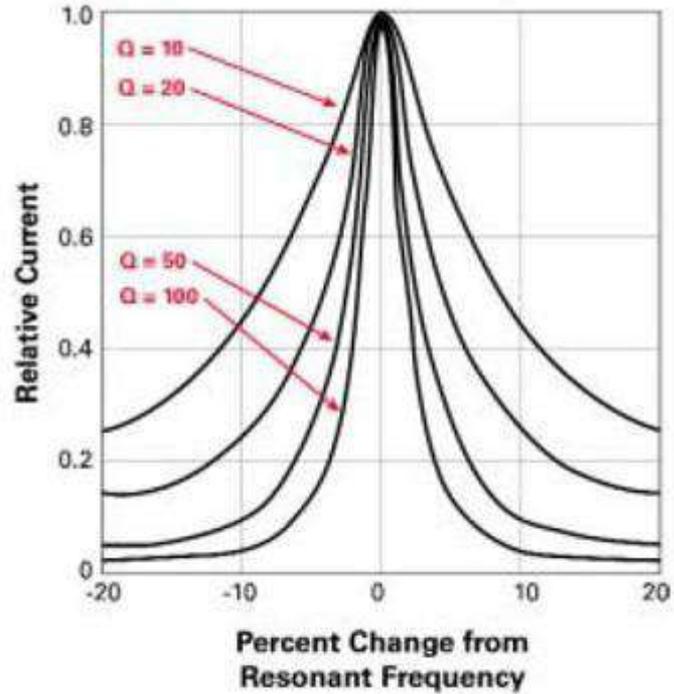


Figure 3: Q-factor percentage



L'origine des ondes gravitationnelles

Einstein's field equations are non linear differential equations solvable only in case of particular symmetry. They can be linearized in the **weak field regime**



$$G_{\mu\nu}(g) = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

Flat metric

Small perturbation $h_{\mu\nu} \ll 1$

$$\left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) h_{\mu\nu} = 0$$

→ Wave solution:

$$h_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu} \exp[i(\omega_{GWT} t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

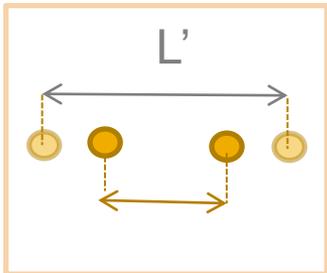
GWs amplitude and their effect

$$h_{jk}^{TT} = \frac{2G}{rc^4} \left(\frac{d^2 I_{jk}^{TT}}{dt^2} \right)_{t-r/c}$$

quadrupole moment



$$\delta L \propto h L$$



Typical amplitude: $h \approx 10^{-21}$

The distance between two free-falling masses separated by ~km will change by

$$\delta L \approx 10^{-18} \text{m}$$